
Cognome Nome

Matricola Firma

Corso di Laurea: \diamond AUTLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), numero di matricola e firmare.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: =105 min.
-

1. Sia data la seguente funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \frac{x}{e^4} - 1 + \frac{|x|}{x^2 - e^4}$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1]:

Senza calcolare la derivata seconda di f discutere la possibile esistenza di punti di flesso.

Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Siano $\alpha \in \mathbb{R}^+$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} (7-x)^{\alpha-1} \arctan \frac{1}{x-7} & \text{se } x < 7 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{se } x \geq 7 \end{cases}$$

Discutere, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, la continuità di f in $x = 7$, classificando l'eventuale discontinuità.

Risposta [punti 2]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{14 \left(\log \left[7 \left(1 + \frac{x}{7} \right) \right] - \frac{x}{7} - \log 7 \right)}{e^{x^2} (\cosh \sqrt{x} - \cos \sqrt{x})^2}.$$

Risposta [punti 2]:

4. Calcolare l'integrale

$$\int_0^4 e^{\sqrt{x}} dx$$

Risposta [punti 2]:

5. Determinare la soluzione generale y dell'equazione differenziale

$$y'' + y = 4xe^x$$

Risposta [punti 1,5]:

6. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + y \cos x = 7e^{-\sin x} \log x \\ y(\pi) = 0. \end{cases}$$

Allora $\lim_{x \rightarrow 0^+} \tilde{y}(x)$ vale

Risposta [punti 2,5]:

1. Sia data la seguente funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \frac{x}{e^4} - 1 + \frac{|x|}{x^2 - e^4}$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1]:

Senza calcolare la derivata seconda di f discutere la possibile esistenza di punti di flesso.

Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Siano $\alpha \in \mathbb{R}^+$ e $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} (7-x)^{\alpha-1} \arctan \frac{1}{x-7} & \text{se } x < 7 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{se } x \geq 7 \end{cases}$$

Discutere, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, la continuità di f in $x = 7$, classificando l'eventuale discontinuità.

Risposta [punti 2]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{14 \left(\log \left[7 \left(1 + \frac{x}{7} \right) \right] - \frac{x}{7} - \log 7 \right)}{e^{x^2} (\cosh \sqrt{x} - \cos \sqrt{x})^2}.$$

Risposta [punti 2]:

4. Calcolare l'integrale

$$\int_0^4 e^{\sqrt{x}} dx$$

Risposta [punti 2]:

5. Determinare la soluzione generale y dell'equazione differenziale

$$y'' + y = 4xe^x$$

Risposta [punti 1,5]:

6. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + y \cos x = 7e^{-\sin x} \log x \\ y(\pi) = 0. \end{cases}$$

Allora $\lim_{x \rightarrow 0^+} \tilde{y}(x)$ vale

Risposta [punti 2,5]:
