
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond MATLT, \diamond MECLT, \diamond AUTLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = 2 \log |\log(x + 2)| + \log(x + 2).$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1,5]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1,5]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 2]:

2. Siano z_1 e z_2 le soluzioni dell'equazione $(z - 2)^2 = -i$. Calcolare $z_1 + z_2$.

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+2)! \left(e^{\frac{1}{3(n-1)!}} - 1 \right)}{\sqrt{\frac{n^6}{4} + 7n^4 + \log^2(n+1)}}$$

Risposta [punti 3]:

4. Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} \frac{(\cos x + 1) \arctan x^\alpha}{x - \sin x} & \text{se } x > 0, \\ 12 & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, studiare la continuità di g , classificando gli eventuali punti di discontinuità.

Risposta [punti 4]:

5. Sia $\beta \in \mathbb{R}$. Determinare il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{1 + \sqrt{n}} - \sqrt[4]{n}}{n^{\beta+1}}$$

Risposta [punti 4]:

6. Calcolare l'integrale

$$\int_1^2 \ln^2 x \, dx.$$

Risposta [punti 4]:

7. Sia $\tilde{y} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y = x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Calcolare $\tilde{y}(2)$.

Risposta [punti 4]:
