Cognome e nome .....Firma.....Matricola.....

Corso di Laurea: ♢ INFLT, ♢ ETELT, ♢ MATLT, ♢ MECLT, ♢ AUTLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{(x+2)^2}{x-1}}.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 1,5]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1,5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f, stabilire sulla base delle altre informazioni se f ammette punti di flesso e localizzarli.
Risposta [punti 2]:

2. Determinare il luogo geometrico del piano di Gauss descritto da

$$\left[|z+iz|^2-(z+3)\overline{z}\right]\operatorname{Im}\left(\frac{-i}{|z|+i}\right)=0$$

Risposta [punti 4]:

---

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty}\left(7(6^{1/3}n)^{3n}-7^{3n}+(n+1)!\right)\left(\frac{1}{n}-\sin\frac{1}{n}\right)^n$$

Risposta [punti 3]:

---

4. Determinare il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\sqrt{\frac{n^2-\log n}{n^6+10n^3\sin^2 n}}$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Al variare di $\alpha\in\mathbb{R}$ calcolare il limite

$$\lim_{x\to0^+}\frac{\log(1+x^2)-2x\sin x+x^2}{7x^\alpha(1-\cosh\sqrt{2x})}\,.$$

Risposta [punti 4]:

---

6. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{3\tan x}{1+\cos^2 x}\,dx\,.$$

Risposta [punti 4]:

---

7. Sia $\tilde{y}:\mathbb{R}\to]-1,1[$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases}y'=7(1-y^2)\,,\\ y(0)=0\,.\end{cases}$$

Calcolare $\lim_{x\to+\infty}\tilde{y}(x)$.

Risposta [punti 4]:

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{(x+2)^2}{x-1}}.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 1,5]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1,5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f, stabilire sulla base delle altre informazioni se f ammette punti di flesso e localizzarli.
Risposta [punti 2]:

---

2. Determinare il luogo geometrico del piano di Gauss descritto da

$$\left[|z+iz|^2 - (z+3)\overline{z}\right] \operatorname{Im}\left(\frac{-i}{|z|+i}\right) = 0$$

Risposta [punti 4]:

---

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \left(7(6^{1/3}n)^{3n} - 7^{3n} + (n+1)!\right)\left(\frac{1}{n} - \sin\frac{1}{n}\right)^n$$

Risposta [punti 3]:

---

4. Determinare il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \sqrt{\frac{n^2 - \log n}{n^6 + 10n^3 \sin^2 n}}$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0+} \frac{\log(1+x^2) - 2x\sin x + x^2}{7x^\alpha(1-\cosh\sqrt{2x})}.$$

Risposta [punti 4]:

---

6. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{3\tan x}{1+\cos^2 x}\, dx.$$

Risposta [punti 4]:

---

7. Sia $\tilde{y} : \mathbb{R} \to]-1, 1[$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 7(1-y^2), \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Calcolare $\lim_{x\to+\infty} \tilde{y}(x)$.
Risposta [punti 4]: