

Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond AUTLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = 12e^{-x} - x + 2 \log |e^x - 2|.$$

Determinare il dominio di f .

Risposta [punti 0.5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2.5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Senza calcolare la derivata seconda di f discutere la possibile esistenza di punti di flesso.

Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Determinare il luogo geometrico A dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\begin{cases} \operatorname{Re}[\bar{z}(z+i)] \leq 2, \\ \operatorname{Im}z \geq \operatorname{Re}z - \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{n}{(n+1)!} \log(e^{n!} + 1)}{\sqrt{(n!)^2 + n!} - (n! + 2)}$$

Risposta [punti 3]:

4. Sia $\alpha \geq 0$. Discutere la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha^n \left(\sqrt{1 - n \sin \frac{1}{n}} \right)^2$$

Risposta [punti 3]:

5. Sia

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \leq 0, \\ 1 + \sqrt{x|\log(x) - 1|} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Determinare gli eventuali punti di non derivabilità di f e classificarli.

Risposta [punti 4]:

6. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos x - e^x + x^{7\alpha}}{\sin x}$$

Risposta [punti 3]:

7. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\pi/4} \sin^2(2x) \cos(2x) e^{\sin(2x)} dx.$$

Risposta [punti 3]:

8. Calcolare la soluzione $y : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \left(\frac{1}{x+2} + \frac{1}{(1+x^2) \arctan x} \right) y \\ y(1) = \frac{3}{4}\pi. \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:
