

---

Cognome e nome ..... Firma..... Matricola.....

Corso di Laurea:  $\diamond$  INFLT,  $\diamond$  ETELT,  $\diamond$  MECLT,  $\diamond$  AUTLT,  $\diamond$  MATLT,  $\diamond$  MECMLT

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
  2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
  3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
  5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = 3 \log \left( \frac{1 + \sin x}{2 + \sin x} \right) + \frac{5}{2 + \sin x}.$$

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie. Verificare che  $f$  sia periodica di periodo  $2\pi$ .

**Risposta [punti 1.5]:**

Limitatamente all'intervallo  $[0, 2\pi]$ , calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1.5]:**

Limitatamente all'intervallo  $[0, 2\pi]$ , studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 3]:**

Sulla base del grafico di  $f$  (quindi disegnarlo sul foglio di protocollo) discutere la possibile esistenza di punti di flesso nell'intervallo  $[0, 2\pi]$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

2. Determinare (in forma algebrica/cartesiana) le radici cubiche del numero complesso

$$w = \frac{e^{4i\pi}(1+i)^{30}}{(1-i)^{20}}.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Calcolare al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{n^2 + 3} - n) \cos n + 7n^\alpha}{\sqrt{n^5 + 3} + \log\left(\frac{1}{7^n}\right)}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 \log(3 + x) - x^2 \log x - 3x)$$

**Risposta [punti 3]:**

---

5. Discutere al variare di  $\beta \in \mathbb{R}$  il carattere dell'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{(e^{7x} - 1)^\beta}{\sinh(49x)} dx.$$

**Risposta [punti 4]:**

---

6. Sia  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $f(x) = e^{3\sqrt{x}}$ . Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 2 in  $x = 1$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

7. Determinare la primitiva  $F(x)$  della funzione

$$f(x) = \cos(\log x)$$

tale che  $F(1) = 1$ .

**Risposta [punti 3]:**

---

8. Sia  $\tilde{y}$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = x \\ y(0) = -\frac{3}{4} \\ y'(0) = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Calcolare  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tilde{y}(x)/x$ .

**Risposta [punti 3]:**

---