

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond MECMLT, \diamond AUTLT

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
2. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
3. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia data la seguente funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{x^2}{\log|x|-2}\right) & \text{se } x \neq 0 \text{ e } x \neq \pm e^2 \\ 0 & \text{se } x = 0 \text{ o } x = \pm e^2 \end{cases}$$

Determinare eventuali simmetrie.

Risposta [punti 0.5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]:

Studiare la continuità di f nei punti $x = 0$ e $x = \pm e^2$, classificando eventuali punti di discontinuità.

Risposta [punti 3]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 4]:

Studiare la crescita e decrescenza di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2.5]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Calcolare l'area della regione del piano complesso individuata dal sistema

$$\begin{cases} (\operatorname{Re} z)^2 - \frac{3}{2}(z + \bar{z}) + 2 \leq 0 \\ \operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right) \leq 0 \\ \operatorname{Re}\left(\frac{z^2}{i \operatorname{Re}(z)}\right) \leq 3 \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2(n+2)^n (n+1)! \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n!}}\right)}{7n^{n+1} - 2^{n+1} + \arctan((n+4)!)}$

Risposta [punti 3]:

4. Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ esiste finito il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{(x \cos x - x)} - 1}{(2x - \sin(2x))^{7\alpha}}$$

Risposta [punti 3]:

5. Determinare la primitiva $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ della funzione $f(x) = \frac{e^{2x}}{2 + 2e^x + e^{2x}}$ tale che $F(0) = 7 - \arctan 2$.

Risposta [punti 3]:

6. Discutere il comportamento dell'integrale improprio al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x+8}} \arctan\left(\frac{(\alpha-3)x+1}{x}\right) dx$$

Risposta [punti 2]:

7. Determinare la soluzione $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - xy = -x + \frac{x^3}{2} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Risposta [punti 4]:
