

Cognome e nome Firma

Corso di Laurea: ◇ MECLT; ◇ AUTLT; ◇ MATLT; ◇ MECMLT.

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 75 min.

1. Determinare al variare di $\beta \in \mathbb{R}$ il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{\beta} \left(\arctan \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Risposta [punti 2]:

2. Discutere il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(1 + \frac{2}{n+1} \right)^{-n^2-n}$$

Risposta [punti 1]:

3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x-2}-1}{|x-2|} + (x-3) \sin \frac{\pi}{x-3} & \text{se } x \neq 2 \text{ e } x \neq 3 \\ e-1 & \text{se } x = 2 \text{ o } x = 3. \end{cases}$$

Discutere la continuità di f sul suo dominio.

Risposta [punti 2]:

4. Calcolare la derivata prima di

$$g(x) = \log(3 + \arcsin^4 x) \quad x \in]-1, 1[.$$

Risposta [punti 1]:

5. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ con $\alpha > 7$ e $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$h(x) = |\sinh x|^{\alpha-7}.$$

Discutere la derivabilità di h sul suo dominio al variare di α .

Risposta [punti 2]:

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log^2(1+7x) - \arctan(7x)^2}{x(e^{\sin x} - \cos x - x)}$$

Risposta [punti 2]:

1. Determinare al variare di $\beta \in \mathbb{R}$ il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{\beta} \left(\arctan \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Risposta [punti 2]:

2. Discutere il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(1 + \frac{2}{n+1} \right)^{-n^2-n}$$

Risposta [punti 1]:

3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x-2}-1}{|x-2|} + (x-3) \sin \frac{\pi}{x-3} & \text{se } x \neq 2 \text{ e } x \neq 3 \\ e-1 & \text{se } x = 2 \text{ o } x = 3. \end{cases}$$

Discutere la continuità di f sul suo dominio.

Risposta [punti 2]:

4. Calcolare la derivata prima di

$$g(x) = \log(3 + \arcsin^4 x) \quad x \in]-1, 1[.$$

Risposta [punti 1]:

5. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ con $\alpha > 7$ e $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$h(x) = |\sinh x|^{\alpha-7}.$$

Discutere la derivabilità di h sul suo dominio al variare di α .

Risposta [punti 2]:

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log^2(1+7x) - \arctan(7x)^2}{x(e^{\sin x} - \cos x - x)}$$

Risposta [punti 2]:
