

Cognome e nome Firma..... Matricola.....

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond MECLT, \diamond AUTLT, \diamond MATLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt[3]{\log x - 3} - \frac{1}{3}|\log x - 3|.$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Senza calcolare la derivata seconda di f discutere la possibile esistenza di punti di flesso.

Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Per ogni $z \in \mathbb{C}$, si definisca

$$w = z \left(\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}} - 3\bar{z} \right) - \operatorname{Re}(z) \left(\left| e^{\frac{3}{\sqrt{2}}i\pi} \right| - i \right) - 3\operatorname{Im}(z)\operatorname{Re}(iz).$$

Determinare il luogo geometrico $A = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(w) \geq 0 \text{ e } \operatorname{Im}(w) \leq 3\}$. Quindi calcolare l'area di A .

Risposta [punti 5]:

3. Calcolare limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\cosh\left(\frac{n!}{n^{7n}}\right) - \cos\left(\frac{n!}{n^{7n}}\right)}{1 + \log\left(1 + \frac{(n+1)!}{(n+1)^{7n+1}}\right) - \exp\left(\frac{(n+1)!}{(n+1)^{7n+1}}\right)}$$

Risposta [punti 5]:

4. Calcolare al variare di $\beta \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^\beta}{\log^2 n} \left(\frac{1}{n} - \sin\left(\frac{1}{n}\right)\right)^2$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(2x + \arctan(7x)) - \log(2x)}{\frac{1}{x} - \frac{\sin(2x)}{x^2}}$$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\pi/4} \frac{(\tan x)^{\frac{1}{2}} - 1}{\cos^2 x} dx.$$

Risposta [punti 3]:

7. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{-\sin(2x)}{3 + \cos^2 x} (1 + e^{-y}) \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \log 2. \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:
