

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Firma .....

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), numero di matricola e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 90 min.

1. Calcolare l'integrale curvilineo di prima specie  $\int_{\Gamma} 6\sqrt{y} ds$  dove  $\Gamma$  è l'arco di parabola  $y = 2x^2$ ,  $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$ .

**Risposta :**

2. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Discutere per quali valori di  $\alpha$  il campo vettoriale

$$\vec{G}(x, y) = \frac{4x - (\alpha + 2)y}{x^2 + y^2} \vec{i}_1 + \frac{4y + (\alpha + 2)x}{x^2 + y^2} \vec{i}_2$$

è un gradiente in  $A = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ . In corrispondenza di  $\alpha = -2$  determinare (se possibile) il potenziale  $\tilde{\varphi} : A \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $\tilde{\varphi}(2, 0) = 2 \log 2$ .

**Risposta :**

3. Calcolare  $\iint_T 5[\sin x^3 + y] dx dy$ , dove  $T = T_1 \cup T_2$ ,  $T_1$  è il triangolo di vertici  $(-1, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(0, \frac{1}{7})$ ,  $T_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{1}{7}(x^2 - 1) \leq y \leq 0\}$ .

**Risposta :**

4. Calcolare l'integrale curvilineo  $\int_{\Gamma} \vec{F} \cdot d\Gamma$  dove  $\vec{F}$  è il campo vettoriale definito da

$$\vec{F}(x, y) = [4xy^2e^{2x^2} + 2y]\vec{i}_1 + [2ye^{2x^2} + 3x]\vec{i}_2$$

e  $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$  con  $\Gamma_1$  l'ellisse  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 4$  percorsa in senso antiorario e  $\Gamma_2$  l'ellisse  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  percorsa in senso orario.

.....

**Risposta :**

---

5. Calcolare l'area della superficie  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = xy; x^2 + y^2 \leq 2\}$ .

.....

**Risposta :**

---

6. Calcolare l'integrale triplo  $\iiint_V 6 \, dx \, dy \, dz$ , dove  $V$  è la parte di spazio compresa fra il paraboloido  $z = 7 - (x^2 + y^2)$ , il cono  $z = 7 - \sqrt{7(x^2 + y^2)}$  e situata nel semispazio  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z > 0\}$  delle quote positive.

.....

**Risposta :**

---

1. Calcolare l'integrale curvilineo di prima specie  $\int_{\Gamma} 6\sqrt{y} ds$  dove  $\Gamma$  è l'arco di parabola  $y = 2x^2$ ,  $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$ .

.....  
**Risposta :**

2. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Discutere per quali valori di  $\alpha$  il campo vettoriale

$$\vec{G}(x, y) = \frac{4x - (\alpha + 2)y}{x^2 + y^2} \vec{i}_1 + \frac{4y + (\alpha + 2)x}{x^2 + y^2} \vec{i}_2$$

è un gradiente in  $A = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ . In corrispondenza di  $\alpha = -2$  determinare (se possibile) il potenziale  $\tilde{\varphi} : A \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $\tilde{\varphi}(2, 0) = 2 \log 2$ .

.....  
**Risposta :**

3. Calcolare  $\iint_T 5[\sin x^3 + y] dx dy$ , dove  $T = T_1 \cup T_2$ ,  $T_1$  è il triangolo di vertici  $(-1, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(0, \frac{1}{7})$ ,  $T_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{1}{7}(x^2 - 1) \leq y \leq 0\}$ .

.....  
**Risposta :**

4. Calcolare l'integrale curvilineo  $\int_{\Gamma} \vec{F} \cdot d\Gamma$  dove  $\vec{F}$  è il campo vettoriale definito da

$$\vec{F}(x, y) = [4xy^2 e^{2x^2} + 2y] \vec{i}_1 + [2ye^{2x^2} + 3x] \vec{i}_2$$

e  $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$  con  $\Gamma_1$  l'ellisse  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 4$  percorsa in senso antiorario e  $\Gamma_2$  l'ellisse  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  percorsa in senso orario.

.....  
**Risposta :**

5. Calcolare l'area della superficie  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = xy; x^2 + y^2 \leq 2\}$ .

.....  
**Risposta :**

6. Calcolare l'integrale triplo  $\iiint_V 6 \, dx \, dy \, dz$ , dove  $V$  è la parte di spazio compresa fra il paraboloide  $z = 7 - (x^2 + y^2)$ , il cono  $z = 7 - \sqrt{7(x^2 + y^2)}$  e situata nel semispazio  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z > 0\}$  delle quote positive.

.....

**Risposta :**

---