ANALISI MATEMATICA II- 9 GENNAIO 2019 - C.d.L.: EDIQQ, EDILMU.

Il numero del compito è dato dall'intero sottratto ad α nell'esercizio 1.

COMPITO 1

1. f è continua in $(0,0)$ per $\alpha < 4$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$. f è differenziabile in $(0,0)$ se solo se $\alpha < \frac{7}{2}$.
2. $m = -8$ assunto in $(0,-2)$ e $M = 10$ assunto in $(3,1)$.
3. 5π
4. $\frac{\pi}{2}$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [0,+\infty[$ a f con $f(x) = 0$ se $x > 0$ e $f(0) = 1/4$. Converge uniformemente in ogni insieme $[a,+\infty[$ (con $a > 0$).
6. $R = 0$ se $\alpha > 1$, $R = \infty$ se $\alpha < 1$; $R = 1$, se $\alpha = 1$, converge in $x = 1$ (mediante il criterio di Leibniz) e diverge in $x = -1$ (quindi convergenza uniforme in $[-M,1]$ con $0 < M < 1$) per il teorema di Abel) e la somma è $\log(1+x) - x$
7. $a_0 = 4\pi$, $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{Z}^+$, $b_n = (-1)^{n+1}\frac{4}{n}$. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$ perché è continua a tratti. $S(2\pi) = 2\pi$, $S(3\pi) = 2\pi$.
8. $f(t,y) = \log(1+y^2) + \arctan(\log(1+y^2))$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = 0$ soluzione stazionaria; se $y_0 \neq 0$, soluzione u crescente. Se $y_0 < 0$, la soluzione u è concava; se $y_0 > 0$, u è convessa. Se $y_0 < 0$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = 0$ e $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$; se $y_0 > 0$, $\lim_{t\to-\infty} u(t) = 0$ e $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

COMPITO 2

1. f è continua in $(0,0)$ per $\alpha < 5$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$. f è differenziabile in $(0,0)$ se solo se $\alpha < \frac{9}{2}$.
2. $m = -12$ assunto in $(0,-3)$ e $M = 15$ assunto in $(27/4, 3/2)$.
3. 10π
4. $\frac{\pi}{2}$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [0,+\infty[$ a f con $f(x) = 0$ se $x > 0$ e $f(0) = 1/6$. Converge uniformemente in ogni insieme $[a,+\infty[$ (con $a > 0$).
6. $R = 0$ se $\alpha > 2$, $R = \infty$ se $\alpha < 2$; $R = 1$, se $\alpha = 2$, converge in $x = 1$ (mediante il criterio di Leibniz) e diverge in $x = -1$ (quindi convergenza uniforme in $[-M,1]$ con $0 < M < 1$) per il teorema di Abel) e la somma è $\log(1+x) - x$
7. $a_0 = 6\pi$, $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{Z}^+$, $b_n = (-1)^{n+1}\frac{6}{n}$. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$ perché è continua a tratti. $S(4\pi) = 3\pi$, $S(5\pi) = 3\pi$.
8. $f(t,y) = \log(1+y^2) + \arctan(\log(1+y^2))$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = 0$ soluzione stazionaria; se $y_0 \neq 0$, soluzione u crescente. Se $y_0 < 0$, la soluzione u è concava; se $y_0 > 0$, u è convessa. Se $y_0 < 0$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = 0$ e $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$; se $y_0 > 0$, $\lim_{t\to-\infty} u(t) = 0$ e $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.

COMPITO 3

1. f è continua in $(0,0)$ per $\alpha < 6$; $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$. f è differenziabile in $(0,0)$ se solo se $\alpha < \frac{11}{2}$.
2. $m = -16$ assunto in $(0,-4)$ e $M = 20$ assunto in $(12,2)$.
3. 17π
4. $\frac{\pi}{2}$
5. $\{f_n\}$ converge puntualmente (ma non uniformemente) in $I = [0,+\infty[$ a f con $f(x) = 0$ se $x > 0$ e $f(0) = 1/8$. Converge uniformemente in ogni insieme $[a,+\infty[$ (con $a > 0$).
6. $R = 0$ se $\alpha > 3$, $R = \infty$ se $\alpha < 3$; $R = 1$, se $\alpha = 3$, converge in $x = 1$ (mediante il criterio di Leibniz) e diverge in $x = -1$ (quindi convergenza uniforme in $[-M, 1]$ con $0 < M < 1$) per il teorema di Abel) e la somma è $\log(1+x) - x$
7. $a_0 = 8\pi$, $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{Z}^+$, $b_n = (-1)^{n+1}\frac{8}{n}$. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$ perché è continua a tratti. $S(6\pi) = 4\pi$, $S(7\pi) = 4\pi$.
8. $f(t,y) = \log(1+y^2) + \arctan(\log(1+y^2))$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità globali; $u = 0$ soluzione stazionaria; se $y_0 \neq 0$, soluzione u crescente. Se $y_0 < 0$, la soluzione u è concava; se $y_0 > 0$, u è convessa. Se $y_0 < 0$, $\lim_{t\to+\infty} u(t) = 0$ e $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$; se $y_0 > 0$, $\lim_{t\to-\infty} u(t) = 0$ e $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$.