

1. Data la successione $\{a_n\}$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -\infty$ significa

Risp.: **A**: $\forall \varepsilon > 0 \exists m \in \mathbb{N} : \forall n \geq m \quad a_n \leq -\varepsilon$ **B**: $\forall \varepsilon > 0 \exists m \in \mathbb{N} : \forall n \geq m \quad |a_n| > \varepsilon$ **C**: $\exists \varepsilon > 0 : \exists m \in \mathbb{N} : \forall n \geq m \quad a_n \leq \varepsilon$ **D**: $\forall \varepsilon > 0 \forall m \in \mathbb{N} \exists n \geq m : a_n > \varepsilon$ **E**: $\forall \varepsilon > 0 \exists m \in \mathbb{N} : \forall n \geq m \quad |a_n| \leq \varepsilon$
F: $\forall \varepsilon > 0 \exists m \in \mathbb{N} : \forall n \geq m \quad a_n \leq \varepsilon$

2. Sia $f \in C^1([0, 3])$ tale che $f'(0) < 0$ e $f'(3) > 0$. Allora

Risp.: **A**: f è concava **B**: f è convessa **C**: f non è limitata **D**: f ammette almeno un punto stazionario
E: f è monotona **F**: f si annulla almeno in un punto

3. Sia $A = \left\{ \frac{\cos(n\pi)}{1+n^2}, n \in \mathbb{N} \right\}$. Allora

Risp.: **A**: $\inf A = -1/2$; $\sup A = 1/2$ **B**: $\min A = -1$; $\sup A = 1/4$ **C**: $\min A = -1/2$; $\max A = 1$ **D**: $\min A = 0$;
 $\sup A = +\infty$ **E**: $\min A = -2$; $\max A = 2$ **F**: $\inf A = 0$; $\sup A = +\infty$

4. Sia $f: [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^{\log x} - 2} & \text{se } x > 0 \text{ e } x \neq e \\ \frac{1}{5} & \text{se } x = e \\ -\frac{1}{2} & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Allora per f

Risp.: **A**: $x = 0$ è un punto in cui f è continua, $x = e$ è un punto di infinito **B**: $x = 0$ è un punto di infinito,
 $x = e$ è un punto di salto **C**: $x = 0$ è un punto in cui f è continua, $x = e$ è un punto di discontinuità di
seconda specie **D**: $x = 0$ è un punto di discontinuità eliminabile, $x = e$ è un punto di salto **E**: $x = 0$ è un
punto di infinito, $x = e$ è un punto di discontinuità di seconda specie **F**: $x = 0$ è un punto di discontinuità
eliminabile, $x = e$ è un punto in cui f è continua

5. Sia $A = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}(\frac{1}{z}) \geq \frac{1}{4}\}$. Allora l'area di A vale

Risp.: **A**: 2 **B**: π **C**: 10π **D**: 10 **E**: 4π **F**: 2π

6. Una delle soluzioni dell'equazione $(z-2)^4 + 16 = 0, z \in \mathbb{C}$ vale

Risp.: **A**: $4e^{i\frac{3\pi}{4}} + 2$ **B**: $e^{i\frac{2\pi}{4}} + 2$ **C**: $4e^{\frac{\pi}{4}} + 1$ **D**: $2e^{i\frac{5\pi}{4}} - 1$ **E**: $4e^{\frac{\pi}{4}} - 2$ **F**: $2e^{i\frac{3\pi}{4}} + 2$

7. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{2\alpha} (\exp(\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) - 1)$$

vale

Risp.: **A**: 0 se $\alpha \leq 1/4$; $+\infty$ se $\alpha > 1/4$ **B**: 0 se $\alpha < 1/4$; $1/2$ se $\alpha = 1/4$; $+\infty$ se $\alpha > 1/4$ **C**: 0 se $\alpha \neq 1/4$;
 $1/2$ se $\alpha = 1/4$ **D**: 0 se $\alpha < 1/2$; 1 se $\alpha = 1/2$; $+\infty$ se $\alpha > 1/2$ **E**: 0 se $\alpha \neq 1/2$; 2 se $\alpha = 1/2$ **F**: $+\infty$
se $\alpha \neq 1/4$; 1 se $\alpha = 1/4$

8. Sia f definita da $f(x) = x + \cos x, x \in [-\pi/2, \pi/2]$. Il punto c fornito dalla tesi del teorema di Lagrange vale

Risp.: **A**: $c = 1$ **B**: $c = \pi/4$ **C**: $c = 0$ **D**: $c = -\pi/4$ **E**: $c = \pi/3$ **F**: $c = -\pi/3$

9. Siano $\alpha \in \mathbb{R}^+$ e $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ la successione definita da: $a_0 = \alpha, a_{n+1} = a_n + \frac{1}{(a_n)^2}, \forall n \in \mathbb{N}$. Allora

Risp.: **A**: $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = 1$ **B**: $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = 0$ **C**: $\{a_n\}$ è decrescente se $\alpha \leq 1$
e crescente se $\alpha > 1$ **D**: $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = 0$ **E**: $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = +\infty$ **F**: $\{a_n\}$
non è monotona

10. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \arctan \frac{1}{\cos x}.$$

Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

- (a) $\text{dom}(f) = \mathbf{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$ (b) $\text{dom}(f) = \mathbf{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$ (c) f è periodica nel suo dominio (d) la retta $x = \frac{\pi}{2}$ è asintoto verticale (e) f è pari

Risp.: **A** : b, c, e **B** : a, e **C** : b, e **D** : b, d **E** : a, c **F** : b, c, d

11. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 10. Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

- (a) f è decrescente in $]\frac{3}{2}\pi, 2\pi[$ (b) $x = \pi$ è punto di massimo relativo (c) f ammette massimo assoluto (d) f ammette minimo assoluto (e) f è concava in $]0, \frac{\pi}{2}[$ (f) f ammette infiniti punti di flesso

Risp.: **A** : a, e **B** : a, b, d **C** : b, e, f **D** : a, b **E** : b, d **F** : c, e, f

12. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x + e^{-x}}{|x - e^{-x}|}.$$

Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

- (a) $\text{dom}(f) = \mathbf{R} \setminus \{0\}$ (b) $\text{dom}(f) = \mathbf{R} \setminus \{\alpha\}$ con $0 < \alpha < 1$ (c) $\text{dom}(f) = \mathbf{R} \setminus \{\alpha\}$ con $\alpha > 1$ (d) f ammette la retta di equazione $y = 1$ come asintoto orizzontale (e) f ammette un asintoto verticale (f) f ammette un asintoto obliquo per $x \rightarrow -\infty$

Risp.: **A** : c, d, e **B** : b, e **C** : a, f **D** : b **E** : b, d, e **F** : a, d, e

13. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 12. Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

- (a) f è derivabile nel suo dominio (b) f presenta un punto angoloso (c) f è decrescente in $[1, +\infty[$ (d) f presenta due punti stazionari (e) f presenta in $x = -1$ un punto di minimo assoluto

Risp.: **A** : b, e **B** : a, c, e **C** : a, d, e **D** : b, c, e **E** : a, c, d **F** : b, d

14. Siano f e g le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{e} & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ \exp(-1/x) & \text{se } 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

$$g(x) = \arcsin \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in [-1, 1]$$

Quale/i di queste funzioni **non** verifica(n) le ipotesi del teorema di Rolle?

Risp.: **A** : f perché ha in $x = 0$ un punto angoloso **B** : g perché ha in $x = 0$ un punto di salto e f perché ha in $x = 0$ un punto di infinito **C** : g perché ha in $x = 0$ un punto angoloso **D** : f perché ha in $x = 0$ un punto di infinito **E** : f perché ha in $x = 0$ un punto di salto **F** : f e g verificano le ipotesi del teorema di Rolle.

15. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(\sin x) - \log(x \cos x)}{3 - 3^{\cos x}}$$

vale

Risp.: **A** : $-\frac{1}{2 \log 2}$ **B** : $\frac{2}{9 \log 3}$ **C** : $2 \log 3$ **D** : $-\frac{1}{2 \log 3}$ **E** : $\frac{3}{2 \log 3}$ **F** : $2 \log 2$

Cognome e nome

Firma
FACOLTA' DI INGEGNERIA
RAPPRESENTANTI DEGLI STUDENTI
ATTO PRIMO

Analisi Matematica MODULO A

- Istruzioni.
1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
 2. SEGNARE nelle due tabelle riportate in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
 3. PUNTEGGI: **quesiti 1-12**: risposta esatta = +2; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.
quesiti 13-15: risposta esatta = +3; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
 5. CONSEGNARE solo questo foglio.
 6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Risposte relative ai fogli allegati.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F

7.	8.	9.	10.	11.	12.
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F

13.	14.	15.
A	A	A
B	B	B
C	C	C
D	D	D
E	E	E
F	F	F