1. Data la successione $\{a_n\}$, $\lim_{n\to+\infty} a_n = -\infty$ significa

Risp.: $\boxed{A}$: $\forall\varepsilon > 0\ \exists m \in \mathbf{N} : \forall n \geq m \quad a_n \leq -\varepsilon$ $\boxed{B}$: $\forall\varepsilon > 0\ \exists m \in \mathbf{N} : \forall n \geq m \quad |a_n| > \varepsilon$ $\boxed{C}$: $\exists\varepsilon > 0 :\ \exists m \in \mathbf{N} : \forall n \geq m \quad a_n \leq \varepsilon$ $\boxed{D}$: $\forall\varepsilon > 0\ \forall m \in \mathbf{N}\ \exists n \geq m : \quad a_n > \varepsilon$ $\boxed{E}$: $\forall\varepsilon > 0\ \exists m \in \mathbf{N} : \forall n \geq m \quad |a_n| \leq \varepsilon$ $\boxed{F}$: $\forall\varepsilon > 0\ \exists m \in \mathbf{N} : \forall n \geq m \quad a_n \leq \varepsilon$

2. Siano f una funzione definita nell'intervallo $[-1,2]$ e $x_0 \in]-1,2[$ un punto stazionario per f. Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono:

(a) f è derivabile in x_0 (b) x_0 è di estremo per f (c) x_0 è un punto angoloso per f (d) f è continua in x_0 (e) x_0 è di flesso per f (f) $\exists f''(x_0)$

Risp.: $\boxed{A}$: b c $\boxed{B}$: a b f $\boxed{C}$: a d $\boxed{D}$: a b $\boxed{E}$: a d e $\boxed{F}$: b d f

3. Sia

$$A = \left\{ \frac{\tan\left(n\frac{\pi}{3}\right)}{n+1},\ n \in \mathbf{N} \right\}.$$

Allora

Risp.: $\boxed{A}$: min A$=-\sqrt{3}/3$; max A $=\sqrt{3}/2$ $\boxed{B}$: inf A$=-\sqrt{3}/2$; max A $=\sqrt{3}$ $\boxed{C}$: min A$=-\sqrt{3}$; sup A $=0$ $\boxed{D}$: min A$=-1/3$; max A $=\sqrt{3}/3$ $\boxed{E}$: inf A$=0$; max A $=\sqrt{3}/2$ $\boxed{F}$: inf A$=-\sqrt{3}$; sup A $=\sqrt{3}/3$

4. Sia $\{a_n\}$ la successione definita da: $a_n = \cos(n\pi)\arcsin\left(\frac{2}{n}\right)$, $\forall n \in \mathbf{Z}^+$. Allora $\{a_n\}$

Risp.: $\boxed{A}$: è monotona $\boxed{B}$: non è limitata $\boxed{C}$: oscilla $\boxed{D}$: è infinitesima $\boxed{E}$: ammette una sottosuccessione convergente a 2 $\boxed{F}$: ammette una sottosuccessione divergente a $-\infty$

5. L'equazione $z\Big(z - 7(|z|^2+1)\Big) = |z|^2$ ammette in $\mathbf{C}$

Risp.: $\boxed{A}$: una soluzione $\boxed{B}$: nessuna soluzione $\boxed{C}$: due soluzioni $\boxed{D}$: tre soluzioni $\boxed{E}$: quattro soluzioni $\boxed{F}$: infinite soluzioni

6. Una delle radici terze del numero complesso $\frac{1}{(-1+i)^2}$ vale

Risp.: $\boxed{A}$: $-\frac{1}{\sqrt[3]{4}}e^{i5/6\pi}$ $\boxed{B}$: $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}e^{i5/6\pi}$ $\boxed{C}$: $-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}e^{i\pi/6}$ $\boxed{D}$: $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}e^{i5/3\pi}$ $\boxed{E}$: $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}e^{i\pi/3}$ $\boxed{F}$: $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}e^{-i5/6\pi}$

7. Siano $\alpha \in \mathbf{R}, \alpha \geq 0$ e $\{a_n\}$ la successione definita da: $a_0 = \alpha$, $a_{n+1} = \frac{1}{2}\log(1+2a_n)$, $\forall n \in \mathbf{N}$. Allora

Risp.: $\boxed{A}$: $\{a_n\}$ è non crescente se $\alpha \leq 1$ e crescente se $\alpha > 1$ $\boxed{B}$: $\{a_n\}$ è non crescente e $\lim_n a_n = 0$ $\boxed{C}$: $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = 0$ $\boxed{D}$: $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = 1$ $\boxed{E}$: $\{a_n\}$ è crescente se $\alpha > 0$ e $\lim_n a_n = +\infty$ $\boxed{F}$: $\{a_n\}$ non è monotona se $0 < \alpha \leq 1$

8. Il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^{n+1} + 7n! + 2^n}{(n+7)^n + 2n^n} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$$

vale

Risp.: $\boxed{A}$: $e^{-7} - 3$ $\boxed{B}$: $1/(e^7+2)$ $\boxed{C}$: $e^2 + 7$ $\boxed{D}$: $1/(e^{-7} - 3)$ $\boxed{E}$: $-1/(e^7+1)$ $\boxed{F}$: non esiste

9. Il limite

$$\lim_{x\to0^+} \frac{\exp(x\cos x) - \exp(x)}{2x^3}$$

vale

Risp.: $\boxed{A}$: $-\frac{1}{4}$ $\boxed{B}$: $-\frac{3}{2}$ $\boxed{C}$: 1 $\boxed{D}$: 1 $\boxed{E}$: 0 $\boxed{F}$: $+\infty$

10. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \left(\frac{4}{\pi} - \frac{1}{\arctan x}\right)^2 .$$

Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) $dom(f) = \mathbf{R} \setminus \{0\}$ (b) $dom(f) = \mathbf{R}$ (c) f ammette la retta di equazione $x = 0$ come asintoto verticale (d) f ammette la retta di equazione $y = 1$ come asintoto orizzontale (e) f ammette la retta di equazione $y = \frac{4}{\pi^2}$ come asintoto orizzontale per $x \to +\infty$ (f) f ammette asintoto obliquo per $x \to -\infty$

Risp.: $\boxed{A}$: b f $\boxed{B}$: a c d $\boxed{C}$: a c e $\boxed{D}$: b e $\boxed{E}$: a d $\boxed{F}$: a c f

---

11. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 10. Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) f ha un punto di massimo assoluto (b) f ha un punto di minimo assoluto (c) f ha un punto di flesso in $x = \alpha$ con $\alpha > 1$ (d) f è decrescente in $]0, 2[$ (e) f è crescente in $]-2, 0[$

Risp.: $\boxed{A}$: b d e $\boxed{B}$: a c e $\boxed{C}$: b e $\boxed{D}$: b c $\boxed{E}$: a e $\boxed{F}$: b c e

---

12. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = x \exp\Big(2/\log x\Big) .$$

Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) $dom(f) = \mathbf{R}^+$ (b) $dom(f) = \mathbf{R}^+ \setminus \{1\}$ (c) $\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0$ (d) f ammette la retta di equazione $x = 1$ come asintoto verticale (e) f ammette asintoto obliquo per $x \to +\infty$

Risp.: $\boxed{A}$: b c d $\boxed{B}$: a c $\boxed{C}$: b c e $\boxed{D}$: b d e $\boxed{E}$: b c $\boxed{F}$: a c e

---

13. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 12. Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) f ha un punto di massimo relativo e un punto di minimo relativo (b) f ha un punto di minimo assoluto (c) $\lim_{x \to 1^-} f'(x) = -1$ (d) $\lim_{x \to 1^-} f'(x) = 0$ (e) f è crescente in $]e^{\sqrt{2}}, +\infty[$ (f) f è concava in $]0, 1[$

Risp.: $\boxed{A}$: b d $\boxed{B}$: b e $\boxed{C}$: a d e $\boxed{D}$: a c e $\boxed{E}$: b c $\boxed{F}$: a e f

---

14. Siano f, g e h le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{2x} e^x & \text{se } 0 < |x| \le 1 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

$$g(x) = |e^{2x} - 1| , \quad x \in [-1, 1]$$

$$h(x) = [1 - x^2] , \quad x \in [-1, 1]$$

dove $[\cdot]$ denota la funzione parte intera. Quale/i di queste funzioni **non** verifica(no) le ipotesi del teorema di Weierstrass?

Risp.: $\boxed{A}$: f perché ha in $x = 0$ un punto di salto e g perché non è derivabile in $x = 0$ $\boxed{B}$: f perché ha in $x = 0$ un punto di salto e h perché ha in $x = 0$ una discontinuità eliminabile $\boxed{C}$: f perché ha in $x = 0$ un punto di infinito e h perché ha in $x = 0$ una discontinuità eliminabile $\boxed{D}$: g perché ha in $x = 0$ una discontinuità eliminabile e h perché ha in $x = 0$ un punto di salto $\boxed{E}$: f perché ha in $x = 0$ un punto di salto $\boxed{F}$: h perché ha in $x = 0$ una discontinuità eliminabile

---

15. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^{\alpha - 1}(2 + \sin \log x) & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x \le 0 \end{cases}$$

è derivabile in $\mathbf{R}$?

Risp.: $\boxed{A}$: $\alpha > 2$ $\boxed{B}$: $\alpha \ge 2$ $\boxed{C}$: $\alpha < 2$ $\boxed{D}$: $\alpha > 1$ $\boxed{E}$: $\alpha \ge 1$ $\boxed{F}$: $\alpha < 1$

. . . .

Cognome e nome | Firma

Analisi Matematica MODULO A

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nelle due tabelle riportate in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: **quesiti 1-12**: risposta esatta = +2; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0.
quesiti 13-15: risposta esatta = +3; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Risposte relative ai fogli allegati.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F

7.	8.	9.	10.	11.	12.
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F

13.	14.	15.
A	A	A
B	B	B
C	C	C
D	D	D
E	E	E
F	F	F