

1. Nella dimostrazione del teorema di De L'Hôpital nella forma $\frac{0}{0}$ quale dei seguenti teoremi è stato utilizzato?

Risp.: **A**: teorema di Cauchy **B**: teorema di Weierstrass **C**: teorema di Rolle **D**: teorema di Lagrange
E: teorema di Bolzano o degli zeri **F**: teorema di Bolzano-Weierstrass

2. Sia f una funzione definita e continua nell'intervallo $[-1, 2]$. Delle seguenti affermazioni

(a) f ammette un punto di massimo assoluto in $[-1, 2]$ (b) f ammette un punto di minimo assoluto in $[-1, 2]$ (c) $\exists \xi \in]-1, 2[$ tale che $f'(\xi) = 0$ (d) $\exists \xi \in]-1, 2[$ tale che $f(\xi) = 0$ (e) f è derivabile in $] -1, 2[$ (f) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$
 le uniche corrette sono

Risp.: **A**: a b **B**: a d f **C**: c d **D**: c e **E**: d e f **F**: a b f

3. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. Il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\exp(\sin x) - 1 - \log(1+x)}{x^{\alpha-2} \sinh x}$ vale

Risp.: **A**: 0 se $\alpha \leq 3$, $+\infty$ se $\alpha > 3$ **B**: 1 se $\alpha = 3$, 0 se $\alpha > 3$, $+\infty$ se $\alpha < 3$ **C**: 1 se $\alpha = 3$, 0 se $\alpha < 3$, $+\infty$ se $\alpha > 3$ **D**: 1 se $\alpha = 2$, 0 se $\alpha < 2$, $+\infty$ se $\alpha > 2$ **E**: $+\infty$ per ogni α **F**: 0 per ogni α

4. Si consideri la funzione definita da $f(x) = \sqrt{|\sin(x-2)|}$, $x \in \mathbf{R}$. Allora il punto $x_0 = 2$ è

Risp.: **A**: di cuspid e di massimo **B**: un flesso a tangente verticale **C**: un punto angoloso e di minimo **D**: di cuspid e di minimo **E**: un punto angoloso e di massimo **F**: un punto in cui f è derivabile

5. Si consideri la funzione f definita da $f(x) = x^2 \cos \frac{1}{x}$, $x \in [-7, 7] \setminus \{0\}$; $f(0) = 0$. Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $[-7, 7]$ (b) f è derivabile in $] -7, 7[$ (c) $f \in C^1(] -7, 7[)$ (d) f verifica le ipotesi del teorema di Rolle (e) f verifica le ipotesi del teorema di Lagrange (f) $x_0 = 0$ è un punto di cuspid e per f

le uniche corrette sono

Risp.: **A**: a b d e **B**: a f **C**: b c e **D**: a c d e **E**: a b e f **F**: b e f

6. Sia f la funzione definita da $f(x) = \frac{\sin^2 x + 7}{\cos^2 x - 1}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\text{dom}(f) = \mathbf{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$ (b) $\text{dom}(f) = \mathbf{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$ (c) f è periodica (d) f è pari (e) f ammette la retta di equazione $y = 1$ come asintoto orizzontale per $x \rightarrow +\infty$ (f) f ammette asintoto obliquo per $x \rightarrow -\infty$

le uniche corrette sono

Risp.: **A**: a c d **B**: b c d **C**: a f **D**: b c f **E**: b c e **F**: b e f

7. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 6. Delle seguenti affermazioni

(a) f ha almeno un punto di massimo assoluto (b) f ha almeno un punto di minimo assoluto (c) $\text{dom}(f) = \text{dom}(f')$ (d) f è decrescente in $]0, \frac{\pi}{2}[$ (e) f è crescente in $]\pi, \frac{3}{2}\pi[$ (f) f è concava in $\text{dom}(f)$

le uniche corrette sono

Risp.: **A**: b c d e **B**: a c d **C**: a b e **D**: a b c **E**: a c e f **F**: a c

8. Sia f la funzione definita da $f(x) = x \exp\left(\frac{1}{\arctan x}\right)$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\text{dom}(f) = \mathbf{R}$ (b) $\text{dom}(f) = \mathbf{R} \setminus \{0\}$ (c) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$ (d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$ (e) f è dispari (f) f ammette asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$ di equazione $y = e^{2/\pi}(x + \frac{4}{\pi^2})$

le uniche corrette sono

Risp.: **A**: a c **B**: b c d **C**: b d e **D**: b c f **E**: b d **F**: a c f