

1. Nella dimostrazione del teorema di De L'Hôpital nella forma  $\frac{0}{0}$  quale dei seguenti teoremi è stato utilizzato?

Risp.: **A**: teorema di Cauchy **B**: teorema di Weierstrass **C**: teorema di Rolle **D**: teorema di Lagrange  
**E**: teorema di Bolzano o degli zeri **F**: teorema di Bolzano-Weierstrass

2. Sia  $f$  una funzione definita e continua nell'intervallo  $[-1, 2]$ . Delle seguenti affermazioni

(a)  $f$  ammette un punto di massimo assoluto in  $[-1, 2]$  (b)  $f$  ammette un punto di minimo assoluto in  $[-1, 2]$  (c)  $\exists \xi \in ]-1, 2[$  tale che  $f'(\xi) = 0$  (d)  $\exists \xi \in ]-1, 2[$  tale che  $f(\xi) = 0$  (e)  $f$  è derivabile in  $] -1, 2[$  (f)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$   
 le uniche corrette sono

Risp.: **A**: a b **B**: a d f **C**: c d **D**: c e **E**: d e f **F**: a b f

3. Sia  $\alpha \in \mathbf{R}$ . Il limite  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\exp(\sin x) - 1 - \log(1+x)}{x^{\alpha-2} \sinh x}$  vale

Risp.: **A**: 0 se  $\alpha \leq 3$ ,  $+\infty$  se  $\alpha > 3$  **B**: 1 se  $\alpha = 3$ , 0 se  $\alpha > 3$ ,  $+\infty$  se  $\alpha < 3$  **C**: 1 se  $\alpha = 3$ , 0 se  $\alpha < 3$ ,  $+\infty$  se  $\alpha > 3$  **D**: 1 se  $\alpha = 2$ , 0 se  $\alpha < 2$ ,  $+\infty$  se  $\alpha > 2$  **E**:  $+\infty$  per ogni  $\alpha$  **F**: 0 per ogni  $\alpha$

4. Si consideri la funzione definita da  $f(x) = \sqrt{|\sin(x-2)|}$ ,  $x \in \mathbf{R}$ . Allora il punto  $x_0 = 2$  è

Risp.: **A**: di cuspid e di massimo **B**: un flesso a tangente verticale **C**: un punto angoloso e di minimo **D**: di cuspid e di minimo **E**: un punto angoloso e di massimo **F**: un punto in cui  $f$  è derivabile

5. Si consideri la funzione  $f$  definita da  $f(x) = x^2 \cos \frac{1}{x}$ ,  $x \in [-7, 7] \setminus \{0\}$ ;  $f(0) = 0$ . Delle seguenti affermazioni

(a)  $f$  è continua in  $[-7, 7]$  (b)  $f$  è derivabile in  $] -7, 7[$  (c)  $f \in C^1(] -7, 7[)$  (d)  $f$  verifica le ipotesi del teorema di Rolle (e)  $f$  verifica le ipotesi del teorema di Lagrange (f)  $x_0 = 0$  è un punto di cuspid e per  $f$

le uniche corrette sono

Risp.: **A**: a b d e **B**: a f **C**: b c e **D**: a c d e **E**: a b e f **F**: b e f

6. Sia  $f$  la funzione definita da  $f(x) = \frac{\sin^2 x + 7}{\cos^2 x - 1}$ . Delle seguenti affermazioni

(a)  $\text{dom}(f) = \mathbf{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$  (b)  $\text{dom}(f) = \mathbf{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$  (c)  $f$  è periodica (d)  $f$  è pari (e)  $f$  ammette la retta di equazione  $y = 1$  come asintoto orizzontale per  $x \rightarrow +\infty$  (f)  $f$  ammette asintoto obliquo per  $x \rightarrow -\infty$

le uniche corrette sono

Risp.: **A**: a c d **B**: b c d **C**: a f **D**: b c f **E**: b c e **F**: b e f

7. Sia  $f$  la funzione definita nell'esercizio n. 6. Delle seguenti affermazioni

(a)  $f$  ha almeno un punto di massimo assoluto (b)  $f$  ha almeno un punto di minimo assoluto (c)  $\text{dom}(f) = \text{dom}(f')$  (d)  $f$  è decrescente in  $]0, \frac{\pi}{2}[$  (e)  $f$  è crescente in  $]\pi, \frac{3}{2}\pi[$  (f)  $f$  è concava in  $\text{dom}(f)$

le uniche corrette sono

Risp.: **A**: b c d e **B**: a c d **C**: a b e **D**: a b c **E**: a c e f **F**: a c

8. Sia  $f$  la funzione definita da  $f(x) = x \exp\left(\frac{1}{\arctan x}\right)$ . Delle seguenti affermazioni

(a)  $\text{dom}(f) = \mathbf{R}$  (b)  $\text{dom}(f) = \mathbf{R} \setminus \{0\}$  (c)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$  (d)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$  (e)  $f$  è dispari (f)  $f$  ammette asintoto obliquo per  $x \rightarrow +\infty$  di equazione  $y = e^{2/\pi}(x + \frac{4}{\pi^2})$

le uniche corrette sono

Risp.: **A**: a c **B**: b c d **C**: b d e **D**: b c f **E**: b d **F**: a c f