
Cognome e nome Firma

Corso di Laurea: ◇ GESL; ◇ INFL;

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 160 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale:

$$f(x) = \begin{cases} -x - \frac{\pi}{2} - 2 & \text{se } x < -2, \\ \arcsin\left(\frac{x}{2}\right) & \text{se } -2 \leq x \leq 2, \\ -x & \text{se } x > 2, \end{cases}$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Discutere inoltre la continuità di f nel suo dominio e, qualora si individuino dei punti di discontinuità, classificarli.

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 2]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \max \left\{ \frac{8n+1}{n}, n^2+1 \right\}, n \in \mathbb{Z}^+ \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

3. Scrivere in forma cartesiana le radici quarte del numero complesso $w = -\frac{7}{\sqrt{2}}|1-i|$ che abbiano parte immaginaria positiva.

Risposta [punti 3]:

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$[\operatorname{Re}(7z\bar{z} + 2\bar{z})]^2 = 49|z|^4.$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^{\frac{7}{2}} \frac{\sqrt{n^3 + \frac{7}{n}} - \sqrt{n^3}}{\log \left[\left(1 + \frac{7}{n}\right)^{2n^2} \right]}.$

Risposta [punti 4]:

6. Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 2 della funzione $f(x) = \log(3x+1)$ in un intorno del punto $x_0 = 1$.

Risposta [punti 3]:

7. Siano α e $\beta \in \mathbb{R}$. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\alpha x)}{8x} & \text{se } x < 0, \\ (\beta - 1)\sqrt{x} + \cos x & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

Dire per quali valori di α e β la funzione f sia continua e derivabile in $x = 0$. Negli altri casi classificare il tipo di discontinuità e di non derivabilità in $x = 0$.

Risposta [punti 6]:

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale:

$$f(x) = \begin{cases} -x - \frac{\pi}{2} - 2 & \text{se } x < -2, \\ \arcsin\left(\frac{x}{2}\right) & \text{se } -2 \leq x \leq 2, \\ -x & \text{se } x > 2, \end{cases}$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Discutere inoltre la continuità di f nel suo dominio e, qualora si individuino dei punti di discontinuità, classificarli.

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 2]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \max \left\{ \frac{8n+1}{n}, n^2+1 \right\}, n \in \mathbb{Z}^+ \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

3. Scrivere in forma cartesiana le radici quarte del numero complesso $w = -\frac{7}{\sqrt{2}}|1-i|$ che abbiano parte immaginaria positiva.

Risposta [punti 3]:

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$[\operatorname{Re}(7z\bar{z} + 2\bar{z})]^2 = 49|z|^4.$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^{\frac{7}{2}} \frac{\sqrt{n^3 + \frac{7}{n}} - \sqrt{n^3}}{\log \left[\left(1 + \frac{7}{n}\right)^{2n^2} \right]}.$

Risposta [punti 4]:

6. Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 2 della funzione $f(x) = \log(3x + 1)$ in un intorno del punto $x_0 = 1$.

Risposta [punti 3]:

7. Siano α e $\beta \in \mathbb{R}$. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\alpha x)}{8x} & \text{se } x < 0, \\ (\beta - 1)\sqrt{x} + \cos x & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

Dire per quali valori di α e β la funzione f sia continua e derivabile in $x = 0$. Negli altri casi classificare il tipo di discontinuità e di non derivabilità in $x = 0$.

Risposta [punti 6]: