
Cognome e nome Firma

Corso di Laurea: ◇ GESL; ◇ INFL;

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 160 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \exp\left(\frac{8x+1}{x^2-1}\right)$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f .

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f .

Risposta [punti 1]:

Dal calcolo dei limiti di f' (senza studiare il segno di f'') stabilire in quali sottoinsiemi del suo dominio f ammette sicuramente almeno un punto di flesso.

Risposta [punti 2]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ 3 \arctan \left[\log \left(\frac{n+1}{n^2} \right) \right], n \in \mathbb{Z}^+ \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

3. Scrivere in forma cartesiana le radici terze del numero complesso $w = \sqrt{2} \left(\frac{4-4i}{|2-2i|} \right) - 2$.

Risposta [punti 3]:

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che $(z + 2\bar{z})^2 + |z - 3|^2 - 10(\operatorname{Re} z)^2 = 0$.

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left\{ \exp \left[\frac{\log(1 + \frac{2}{n})}{\sin(\frac{3}{n})} \right] + \frac{2^n + \cos n}{3^n} \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[4 \sin(1 - \cos x)]^2}{x [\sinh(2 \sqrt[3]{3} x) - \sin(2 \sqrt[3]{3} x)]}.$$

Risposta [punti 3]:

7. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sin \left(\frac{1}{x-7} \right) + \frac{\log [1 + (x-8)^2]}{(x-8)^3} & \text{se } x \neq 7 \text{ e } x \neq 8, \\ 0 & \text{se } x = 7 \text{ o } x = 8. \end{cases}$$

Determinare e classificare eventuali punti di discontinuità di f .

Risposta [punti 3]:

8. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \arctan |x^2 - 4| + (x-2) \sqrt[3]{x+2}.$$

Determinare e classificare eventuali punti di non derivabilità di f .

Risposta [punti 3]:

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \exp\left(\frac{8x+1}{x^2-1}\right)$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f .

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f .

Risposta [punti 1]:

Dal calcolo dei limiti di f' (senza studiare il segno di f'') stabilire in quali sottoinsiemi del suo dominio f ammette sicuramente almeno un punto di flesso.

Risposta [punti 2]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ 3 \arctan \left[\log \left(\frac{n+1}{n^2} \right) \right], n \in \mathbb{Z}^+ \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

3. Scrivere in forma cartesiana le radici terze del numero complesso $w = \sqrt{2} \left(\frac{4-4i}{|2-2i|} \right) - 2$.

Risposta [punti 3]:

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che $(z + 2\bar{z})^2 + |z - 3|^2 - 10(\operatorname{Re} z)^2 = 0$.

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left\{ \exp \left[\frac{\log(1 + \frac{2}{n})}{\sin(\frac{3}{n})} \right] + \frac{2^n + \cos n}{3^n} \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[4 \sin(1 - \cos x)]^2}{x [\sinh(2 \sqrt[3]{3} x) - \sin(2 \sqrt[3]{3} x)]}.$$

Risposta [punti 3]:

7. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sin\left(\frac{1}{x-7}\right) + \frac{\log[1 + (x-8)^2]}{(x-8)^3} & \text{se } x \neq 7 \text{ e } x \neq 8, \\ 0 & \text{se } x = 7 \text{ o } x = 8. \end{cases}$$

Determinare e classificare eventuali punti di discontinuità di f .

Risposta [punti 3]:

8. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \arctan|x^2 - 4| + (x-2)\sqrt[3]{x+2}.$$

Determinare e classificare eventuali punti di non derivabilità di f .

Risposta [punti 3]:
