ANALISI MATEMATICA A - 10 settembre 2007 - C.d.L.: INFL - GESL

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio n° 5 ed è il numeratore della frazione $\frac{F}{n^2}$.

Fila 1

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\arctan 2$ quindi $y = -\arctan 2$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{\pi}{4}$ quindi $y = \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to +\infty$; $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -\frac{\pi}{2}$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \frac{\pi}{2}$. Non ci sono asintoti verticali, né asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = \dfrac{-3e^x}{2e^{2x} + 2e^x + 5}$.

(d) $f'(x) < 0$ per $x \in \operatorname{dom}(f) = \operatorname{dom}(f')$, quindi f strettamente decrescente in $\operatorname{dom} f$, $\inf_{x\in \operatorname{dom} f} f(x) = -\frac{\pi}{2}$, $\sup_{x\in \operatorname{dom} f} f(x) = \frac{\pi}{2}$, non ammette massimo assoluto, non ammette minimo assoluto.

(e) $f''(x) = \dfrac{3e^x(2e^{2x} - 5)}{(2e^{2x} + 2e^x + 5)^2}$,

f è strettamente concava in $]-\infty, 0[\cup \left]0, \frac{1}{2}\log\frac{5}{2}\right[$,

f è strettamente convessa in $\left]\frac{1}{2}\log\frac{5}{2}, +\infty\right[$,

$x = \frac{1}{2}\log\frac{5}{2}$ punto di flesso a tangente obliqua.

2. $\sup A = \max A = \left[\log\left(1 + e^{\sqrt{2}}\right)\right]^7$, $\inf A = (\log 2)^7$, $\nexists \min A$.

3. $w = \dfrac{1}{7^{10}}\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{i}{2}\right)$.

4. circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 4$.

5. $\frac{3}{2}$.

6. -1.

7. f continua ma non derivabile in $x = 0$ per $\alpha = 1$, $x = 0$ punto di flesso a tangente verticale. f discontinua in $x = 0$ per $\alpha \neq 1$, $x = 0$ punto di discontinuità eliminabile. f non derivabile in $x = \pm 1$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, $x = \pm 1$ punti di cuspide.

Fila 2

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\arctan 4$ quindi $y = -\arctan 4$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{\pi}{4}$ quindi $y = \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to +\infty$; $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -\frac{\pi}{2}$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \frac{\pi}{2}$. Non ci sono asintoti verticali, né asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = \dfrac{-5e^x}{2e^{2x} + 6e^x + 17}$.

(d) $f'(x) < 0$ per $x \in \operatorname{dom}(f) = \operatorname{dom}(f')$, quindi f strettamente decrescente in $\operatorname{dom} f$, $\inf_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = -\frac{\pi}{2}$, $\sup_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = \frac{\pi}{2}$, non ammette massimo assoluto, non ammette minimo assoluto.

(e) $f''(x) = \dfrac{5e^x(2e^{2x}-17)}{(2e^{2x}+6e^x+17)^2}$,

f è strettamente concava in $]-\infty,0[\cup\left]0,\frac{1}{2}\log\frac{17}{2}\right[$,

f è strettamente convessa in $\left]\frac{1}{2}\log\frac{17}{2},+\infty\right[$,

$x = \frac{1}{2}\log\frac{17}{2}$ punto di flesso a tangente obliqua.

2. $\sup A = \max A = \left[\log\left(1+e^{\sqrt{3}}\right)\right]^6$, $\inf A = (\log 2)^6$, $\nexists \min A$.

3. $w = \dfrac{1}{6^{10}}\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{i}{2}\right)$.

4. circonferenza di equazione $x^2+y^2=9$.

5. $\dfrac{5}{2}$.

6. -2.

7. f continua ma non derivabile in $x=0$ per $\alpha=2$, $x=0$ punto di flesso a tangente verticale. f discontinua in $x=0$ per $\alpha\neq 2$, $x=0$ punto di discontinuità eliminabile. f non derivabile in $x=\pm 1$ per ogni $\alpha\in\mathbb{R}$, $x=\pm1$ punti di cuspide.

Fila 3

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}\setminus\{0\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\arctan 6$ quindi $y=-\arctan 6$ asintoto orizzontale per $x\to-\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{\pi}{4}$ quindi $y=\frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x\to+\infty$; $\lim_{x\to0^-} f(x) = -\frac{\pi}{2}$, $\lim_{x\to0^+} f(x) = \frac{\pi}{2}$. Non ci sono asintoti verticali, né asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = \dfrac{-7e^x}{2e^{2x}+10e^x+37}$.

(d) $f'(x) < 0$ per $x \in \operatorname{dom}(f) = \operatorname{dom}(f')$, quindi f strettamente decrescente in $\operatorname{dom} f$, $\inf_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = -\frac{\pi}{2}$, $\sup_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = \frac{\pi}{2}$, non ammette massimo assoluto, non ammette minimo assoluto.

(e) $f''(x) = \dfrac{7e^x(2e^{2x}-37)}{(2e^{2x}+10e^x+37)^2}$,

f è strettamente concava in $]-\infty,0[\cup\left]0,\frac{1}{2}\log\frac{37}{2}\right[$,

f è strettamente convessa in $\left]\frac{1}{2}\log\frac{37}{2},+\infty\right[$,

$x = \frac{1}{2}\log\frac{37}{2}$ punto di flesso a tangente obliqua.

2. $\sup A = \max A = \left[\log\left(1+e^{\sqrt{4}}\right)\right]^5$, $\inf A = (\log 2)^5$, $\nexists \min A$.

3. $w = \frac{1}{5^{10}} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$.

4. circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 16$.

5. $\frac{7}{2}$.

6. -3.

7. f continua ma non derivabile in $x = 0$ per $\alpha = 3$, $x = 0$ punto di flesso a tangente verticale. f discontinua in $x = 0$ per $\alpha \neq 3$, $x = 0$ punto di discontinuità eliminabile. f non derivabile in $x = \pm 1$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, $x = \pm 1$ punti di cuspide.

Fila 4

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\arctan 8$ quindi $y = -\arctan 8$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{\pi}{4}$ quindi $y = \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to +\infty$; $\lim_{x \to 0^-} f(x) = -\frac{\pi}{2}$, $\lim_{x \to 0^+} f(x) = \frac{\pi}{2}$. Non ci sono asintoti verticali, né asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = \frac{-9e^x}{2e^{2x} + 14e^x + 65}$.

(d) $f'(x) < 0$ per $x \in \operatorname{dom}(f) = \operatorname{dom}(f')$, quindi f strettamente decrescente in $\operatorname{dom} f$, $\inf_{x \in \operatorname{dom} f} f(x) = -\frac{\pi}{2}$, $\sup_{x \in \operatorname{dom} f} f(x) = \frac{\pi}{2}$, non ammette massimo assoluto, non ammette minimo assoluto.

(e) $f''(x) = \frac{9e^x(2e^{2x} - 65)}{(2e^{2x} + 14e^x + 65)^2}$,

f è strettamente concava in $]-\infty, 0[\cup \left] 0, \frac{1}{2} \log \frac{65}{2} \right[$,

f è strettamente convessa in $\left] \frac{1}{2} \log \frac{65}{2}, +\infty \right[$,

$x = \frac{1}{2} \log \frac{65}{2}$ punto di flesso a tangente obliqua.

2. $\sup A = \max A = \left[\log \left(1 + e^{\sqrt{5}} \right) \right]^4$, $\inf A = (\log 2)^4$, $\nexists \min A$.

3. $w = \frac{1}{4^{10}} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$.

4. circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 25$.

5. $\frac{9}{2}$.

6. -4.

7. f continua ma non derivabile in $x = 0$ per $\alpha = 4$, $x = 0$ punto di flesso a tangente verticale. f discontinua in $x = 0$ per $\alpha \neq 4$, $x = 0$ punto di discontinuità eliminabile. f non derivabile in $x = \pm 1$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, $x = \pm 1$ punti di cuspide.

Fila 5

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\arctan 10$ quindi $y = -\arctan 10$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{\pi}{4}$ quindi $y = \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to +\infty$; $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -\frac{\pi}{2}$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \frac{\pi}{2}$. Non ci sono asintoti verticali, né asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = \dfrac{-11e^x}{2e^{2x} + 18e^x + 101}$.

(d) $f'(x) < 0$ per $x \in \operatorname{dom}(f) = \operatorname{dom}(f')$, quindi f strettamente decrescente in $\operatorname{dom} f$, $\inf_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = -\frac{\pi}{2}$, $\sup_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = \frac{\pi}{2}$, non ammette massimo assoluto, non ammette minimo assoluto.

(e) $f''(x) = \dfrac{11e^x(2e^{2x} - 101)}{(2e^{2x} + 18e^x + 101)^2}$,

f è strettamente concava in $]-\infty, 0[\cup \left]0, \frac{1}{2}\log\frac{101}{2}\right[$,

f è strettamente convessa in $\left]\frac{1}{2}\log\frac{101}{2}, +\infty\right[$,

$x = \frac{1}{2}\log\frac{101}{2}$ punto di flesso a tangente obliqua.

2. $\sup A = \max A = \left[\log\left(1 + e^{\sqrt{6}}\right)\right]^3$, $\inf A = (\log 2)^3$, $\nexists \min A$.

3. $w = \dfrac{1}{3^{10}}\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{i}{2}\right)$.

4. circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 36$.

5. $\dfrac{11}{2}$.

6. -5.

7. f continua ma non derivabile in $x = 0$ per $\alpha = 5$, $x = 0$ punto di flesso a tangente verticale. f discontinua in $x = 0$ per $\alpha \neq 5$, $x = 0$ punto di discontinuità eliminabile. f non derivabile in $x = \pm 1$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, $x = \pm 1$ punti di cuspide.

Fila 6

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\arctan 12$ quindi $y = -\arctan 12$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{\pi}{4}$ quindi $y = \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to +\infty$; $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -\frac{\pi}{2}$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \frac{\pi}{2}$. Non ci sono asintoti verticali, né asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = \dfrac{-13e^x}{2e^{2x} + 22e^x + 145}$.

(d) $f'(x) < 0$ per $x \in \operatorname{dom}(f) = \operatorname{dom}(f')$, quindi f strettamente decrescente in $\operatorname{dom} f$, $\inf_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = -\frac{\pi}{2}$, $\sup_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = \frac{\pi}{2}$, non ammette massimo assoluto, non ammette minimo assoluto.

(e) $f''(x) = \dfrac{13e^x(2e^{2x} - 145)}{(2e^{2x} + 22e^x + 145)^2}$,

f è strettamente concava in $]-\infty, 0[\cup \left]0, \frac{1}{2}\log\frac{145}{2}\right[$,

f è strettamente convessa in $\left]\frac{1}{2}\log\frac{145}{2}, +\infty\right[$,
$x = \frac{1}{2}\log\frac{145}{2}$ punto di flesso a tangente obliqua.

2. $\sup A = \max A = \left[\log\left(1 + e^{\sqrt{7}}\right)\right]^2$, $\inf A = (\log 2)^2$, $\nexists \min A$.

3. $w = \frac{1}{2^{10}}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)$.

4. circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 49$.

5. $\frac{13}{2}$.

6. -6.

7. f continua ma non derivabile in $x = 0$ per $\alpha = 6$, $x = 0$ punto di flesso a tangente verticale. f discontinua in $x = 0$ per $\alpha \neq 6$, $x = 0$ punto di discontinuità eliminabile. f non derivabile in $x = \pm 1$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, $x = \pm 1$ punti di cuspide.
