

1. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$ significa

Risp.: **A**: $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : 0 < |x - 1| < \delta \implies |f(x)| < \varepsilon$ **B**: $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : |x - 1| < \delta \implies |f(x) - 1| < \varepsilon$
C: $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : 0 < |x - 1| < \delta \implies f(x) < -\varepsilon$ **D**: $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : 0 < |x| < \delta \implies |f(x) - 1| < \varepsilon$
E: $\forall \varepsilon > 0 \forall \delta > 0 : 0 < |x - 1| < \delta \implies f(x) < -\varepsilon$ **F**: $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : x < -\delta \implies |f(x) - 1| < \varepsilon$

2. Nella dimostrazione del teorema di De L'Hôpital nella forma $\frac{0}{0}$ quale dei seguenti teoremi è stato utilizzato?

Risp.: **A**: teorema di Weierstrass **B**: teorema di Bolzano o degli zeri **C**: teorema di Bolzano-Weierstrass
D: teorema di Rolle **E**: teorema di Cauchy **F**: teorema di Lagrange

3. Sia $A = \left\{ \frac{(-1)^n}{n} + \frac{1}{2} \left| \sin \left(n \frac{\pi}{2} \right) \right|, n \in \mathbb{Z}^+ \right\}$. Allora

Risp.: **A**: $\min A = 0; \sup A = 1$ **B**: $\min A = 0; \sup A = \frac{1}{2}$ **C**: $\inf A = -\frac{1}{2}; \max A = 1$ **D**: $\min A = -\frac{1}{4}; \sup A = \frac{1}{4}$
E: $\min A = -\frac{1}{2}; \max A = \frac{1}{2}$ **F**: $\inf A = 0; \max A = \frac{1}{4}$

4. La funzione $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, definita da

$$f(x) = [x - 1] + 2 \exp(1/x)$$

(dove $[\cdot]$ indica la funzione parte intera) presenta

Risp.: **A**: infiniti punti di salto e un punto di infinito in $x = 1/e$ **B**: infiniti punti di salto e un punto di infinito in $x = 0$ **C**: infiniti punti di salto e un punto di infinito in $x = 1$ **D**: un punto di infinito in $x = 0$ e due discontinuità di seconda specie **E**: un punto di salto in $x = 0$ e due discontinuità di seconda specie **F**: un punto di salto in $x = 0$ e infinite discontinuità eliminabili

5. Il sottoinsieme del piano complesso degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Re}(z^2 \cdot \bar{z} - z) = 0$$

è dato da

Risp.: **A**: l'unione di due rette **B**: una circonferenza **C**: l'unione di una retta e una parabola **D**: l'unione di tre semirette **E**: l'unione di una retta e una circonferenza **F**: una parabola

6. Il numero complesso

$$\left(\frac{1-i}{1+i\sqrt{3}} \right)^6$$

vale

Risp.: **A**: $-\frac{1}{8}i$ **B**: $\frac{1}{8}i$ **C**: $\frac{1}{4}i$ **D**: $-\frac{1}{4}i$ **E**: $8i$ **F**: $-8i$

7. Sia $\{a_n\}$ la successione definita da $a_0 = 7$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + \frac{1}{a_n}$, $n \geq 0$. Allora

Risp.: **A**: $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = \sqrt{2}$ **B**: $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = +\infty$ **C**: $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = -\sqrt{2}$ **D**: $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = \sqrt{2}$ **E**: $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = -\sqrt{2}$ **F**: $\{a_n\}$ non è monotona

8. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(3n + \sin(7n))(n^{1/n} - 1)}{\log((n+2)!) - \log(n!)}$$

vale

Risp.: **A**: $\frac{3}{2}$ **B**: 3 **C**: $-\frac{3}{2}$ **D**: -3 **E**: $+\infty$ **F**: 0

9. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4(e^{\frac{1}{2} \sin x} - \sqrt{1+x})}{\frac{\sin x}{x} - \cos x}$$

vale

Risp.: A : +∞ B : 1 C : 1/2 D : 0 E : -∞ F : 3

10. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = |x|e^{-x+1}.$$

Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) $\text{dom}(f) = \mathbf{R}$ (b) f ha un asintoto orizzontale per $x \rightarrow +\infty$ (c) f ha un asintoto obliquo per $x \rightarrow -\infty$ (d) f non è continua in $x = 0$

Risp.: A : c B : b c C : a b D : d E : b d F : a c

11. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 10. Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) f è decrescente in $] -\infty, 0[$ (b) f è crescente in $]0, 1[$ (c) $x = 0$ è punto di cuspidè (d) $x = 0$ è punto angoloso (e) f è convessa in $] \frac{3}{2}, +\infty[$

Risp.: A : a e B : a b d C : b c D : a E : d e F : a c d

12. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x \log x}{x+2}.$$

Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) $\text{dom}(f) = \{x \in \mathbf{R} : x \neq -2\}$ (b) $\text{dom}(f) = \{x \in \mathbf{R} : x > 0\}$ (c) f ha un asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$ (d) $x = 0$ è un punto di infinito

Risp.: A : a B : b C : b c D : d E : b d F : a c

13. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 12. Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) $\exists 0 < \alpha < 1 : f$ è crescente in $] \alpha, +\infty[$ (b) $\exists \alpha > 1 : f'(\alpha) = 0$ (c) f ha massimo e minimo (d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = -\infty$

Risp.: A : a B : a c C : a d D : b c E : b d F : a c d

14. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ la funzione $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sin^2 x & \text{se } 0 \leq x < \pi \\ 0 & \text{se } x = \pi \\ (\alpha - 1) \sin(2x) + \alpha^2 - 1 & \text{se } \pi < x \leq 2\pi \end{cases}$$

verifica le ipotesi del teorema di Rolle?

Risp.: A : $\forall \alpha \in \mathbf{R}$ B : $\nexists \alpha \in \mathbf{R}$ C : $\alpha = 1$ D : $\alpha = \pm 1$ E : $\alpha = -1$ F : $\alpha = 0$

15. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (e^{1/\log x} - e^{1/(x-1)})$$

vale

Risp.: A : 1/7 B : 0 C : +∞ D : e E : 1 F : 1/7

Cognome e nome

Firma
FACOLTA' DI INGEGNERIA
RAPPRESENTANTI DEGLI STUDENTI
ATTO PRIMO

Analisi Matematica MODULO A

- Istruzioni.
1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
 2. SEGNARE nelle due tabelle riportate in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
 3. PUNTEGGI: **quesiti 1-12**: risposta esatta = +2; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.
quesiti 13-15: risposta esatta = +3; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
 5. CONSEGNARE solo questo foglio.
 6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Risposte relative ai fogli allegati.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F

7.	8.	9.	10.	11.	12.
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F

13.	14.	15.
A	A	A
B	B	B
C	C	C
D	D	D
E	E	E
F	F	F