

1. Sia

$$A = \left\{ \frac{\cos(n\pi)}{1+n^2}, n \in \mathbf{N} \right\}.$$

Allora

Risp.: **A** : $\inf A = -1/2$; $\sup A = 1/2$ **B** : $\min A = -1$; $\sup A = 1/4$ **C** : $\min A = -1/2$; $\max A = 1$ **D** : $\min A = 0$;
 $\sup A = +\infty$ **E** : $\min A = -2$; $\max A = 2$ **F** : $\inf A = 0$; $\sup A = +\infty$

2. L'insieme degli $z \in \mathbf{C}$ tali che $z^2 = i(\operatorname{Im}z)^2 + |z|^2$ è dato da

Risp.: **A** : una retta **B** : una circonferenza **C** : una retta privata di un punto **D** : una semiretta **E** : un punto **F** : l'unione di due rette

3. Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x \left(2 + \sin \frac{1}{x-1}\right)} & \text{se } x \neq 0, 1 \\ 1 & \text{se } x = 0, 1. \end{cases}$$

Allora per f

Risp.: **A** : $x = 0$ è punto di discontinuità eliminabile, $x = 1$ è punto di discontinuità di seconda specie **B** : $x = 0$ è punto di salto, $x = 1$ è punto di discontinuità di seconda specie **C** : $x = 0$ è punto di discontinuità eliminabile, $x = 1$ è punto di infinito **D** : $x = 0$ è punto di infinito $x = 1$ è punto di discontinuità di seconda specie **E** : $x = 0$ è punto di discontinuità eliminabile, $x = 1$ è punto in cui è continua **F** : $x = 0$ è punto di discontinuità eliminabile, $x = 1$ è punto di salto

4. Una delle soluzioni dell'equazione $(z-2)^4 + 16 = 0, z \in \mathbf{C}$ vale

Risp.: **A** : $4e^{i\frac{3\pi}{4}} + 2$ **B** : $e^{i\frac{2\pi}{4}} + 2$ **C** : $4e^{\frac{\pi}{4}} + 1$ **D** : $2e^{i\frac{5\pi}{4}} - 1$ **E** : $4e^{\frac{\pi}{4}} - 2$ **F** : $2e^{i\frac{5\pi}{4}} + 2$

5. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(n^{\frac{1}{(8-F)^n}} - 1)}{\log(n + (F+2))! - \log(n + (F))!}$$

vale

Risp.: **A** : $\frac{1}{(2(8-F))}$ **B** : $(8-F)$ **C** : $e^{(2F+1)}$ **D** : $+\infty$ **E** : 0 **F** : non esiste

6. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{2\alpha} \left(\exp(\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) - 1 \right)$$

vale

Risp.: **A** : 0 se $\alpha \leq 1/4$; $+\infty$ se $\alpha > 1/4$ **B** : 0 se $\alpha < 1/4$; $1/2$ se $\alpha = 1/4$; $+\infty$ se $\alpha > 1/4$ **C** : 0 se $\alpha \neq 1/4$; $1/2$ se $\alpha = 1/4$ **D** : 0 se $\alpha < 1/2$; 1 se $\alpha = 1/2$; $+\infty$ se $\alpha > 1/2$ **E** : 0 se $\alpha \neq 1/2$; 2 se $\alpha = 1/2$ **F** : $+\infty$ se $\alpha \neq 1/4$; 1 se $\alpha = 1/4$

7. Siano $\alpha \in \mathbf{R}^+$ e $\{a_n\}_{n \in \mathbf{N}}$ la successione definita da: $a_0 = \alpha, a_{n+1} = a_n + \frac{1}{(a_n)^2}, \forall n \in \mathbf{N}$. Allora

Risp.: **A** : $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = 1$ **B** : $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = 0$ **C** : $\{a_n\}$ è decrescente se $\alpha \leq 1$ e crescente se $\alpha > 1$ **D** : $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = 0$ **E** : $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = +\infty$ **F** : $\{a_n\}$ non è monotona

8. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \arctan \frac{1}{\cos x}.$$

Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) $\operatorname{dom}(f) = \mathbf{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$ (b) $\operatorname{dom}(f) = \mathbf{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$ (c) f è periodica nel suo dominio (d) la retta $x = \frac{\pi}{2}$ è asintoto verticale (e) f è pari

Risp.: **A** : b, c, e **B** : a, e **C** : b, e **D** : b, d **E** : a, c **F** : b, c, d

9. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 8. Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) f è decrescente in $] \frac{3}{2}\pi, 2\pi[$ (b) $x = \pi$ è punto di massimo relativo (c) f ammette massimo assoluto (d) f ammette minimo assoluto (e) f è concava in $]0, \frac{\pi}{2}[$ (f) f ammette infiniti punti di flesso

Risp.: **A** : a, e **B** : a, b, d **C** : b, e, f **D** : a, b **E** : b, d **F** : c, e, f

10. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x + e^{-x}}{|x - e^{-x}|}$$

Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) $\text{dom}(f) = \mathbf{R} \setminus \{0\}$ (b) $\text{dom}(f) = \mathbf{R} \setminus \{\alpha\}$ con $0 < \alpha < 1$ (c) $\text{dom}(f) = \mathbf{R} \setminus \{\alpha\}$ con $\alpha > 1$ (d) f ammette la retta di equazione $y = 1$ come asintoto orizzontale (e) f ammette un asintoto verticale (f) f ammette un asintoto obliquo per $x \rightarrow -\infty$

Risp.: **A** : c, d, e **B** : b, e **C** : a, f **D** : b **E** : b, d, e **F** : a, d, e
