

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: ◇ AUTL; ◇ AMBL; ◇ CIVL; ◇ GESL; ◇ MATL; ◇ MECL ◇ INFL.

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE **il foglio A e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Calcolare l'insieme delle primitive della funzione $f : [0, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \frac{\sin x \cos x}{\sin^2 x + 3 \sin x + 2}$$

.....

Risposta [4 punti]:

2. Si determini la soluzione $y(x)$ dell'equazione differenziale

$$y' + 2(\cos x)y = 3 \sin x \cos x$$

tale che $y(0) = 0$.

.....

Risposta [3 punti]:

3. Sia $\alpha > 0$, e sia

$$f(x, y) = \begin{cases} 2x & \text{se } y \geq 7\alpha|x| \\ y - x & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Sia $\gamma : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ data da $\gamma(t) = (t, t^2)$, e sia $g(t) = f(\gamma(t))$. Calcolare $g'(0)$ al variare di α .

.....

Risposta [4 punti]:

4. Determinare i punti stazionari della funzione $f(x, y) = e^{x^4 - y^2}$ e classificarli.

.....

Risposta [Determinazione dei punti stazionari 1 punto, classificazione 2 punti]:

5. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = xe^{x+2y}$ e il dominio T dato dal triangolo chiuso di vertici $A = (0, 0)$, $B = (1, 0)$ e $C = (0, 2)$. Detti $m = \min_T f$ e $M = \max_T f$, determinare m, M e i punti in cui essi vengono assunti.

.....

Risposta [Punti di minimo e valore minimo 2 punti, punti di massimo e valore massimo 2 punti]:

6. Data la curva

$$\gamma(t) = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{t} - t^2 \right) \vec{i} + \left(-\ln t + \frac{4}{\pi} \cos \left(\frac{\pi}{2} t \right) \right) \vec{j}$$

con $\frac{1}{2} \leq t \leq 7$, determinare l'equazione della retta tangente a γ nel punto $(0, 0)$.

.....

Risposta [4 punti]:

7. Calcolare l'integrale curvilineo $\int_{\gamma} \sqrt{y^2 - 1} ds$ dove γ è la curva $\gamma(t) = (t, \cosh t)$ con $-2 \leq t \leq 2$.

.....

Risposta [4 punti]:

8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = \begin{cases} x - 2y & \text{se } y \geq -x \\ 2x & \text{se } y < -x \end{cases}$$

e sia R il rettangolo di vertici $A = (1, 5)$, $B = (2, 5)$, $C = (2, -10)$, $D = (1, -10)$. Calcolare

$$\frac{1}{25} \iint_R f(x, y) dx dy$$

.....

Risposta [4 punti]:

1. Calcolare l'insieme delle primitive della funzione $f : [0, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \frac{\sin x \cos x}{\sin^2 x + 3 \sin x + 2}$$

.....

Risposta [4 punti]:

2. Si determini la soluzione $y(x)$ dell'equazione differenziale

$$y' + 2(\cos x)y = 3 \sin x \cos x$$

tale che $y(0) = 0$.

.....

Risposta [3 punti]:

3. Sia $\alpha > 0$, e sia

$$f(x, y) = \begin{cases} 2x & \text{se } y \geq 7\alpha|x| \\ y - x & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Sia $\gamma : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ data da $\gamma(t) = (t, t^2)$, e sia $g(t) = f(\gamma(t))$. Calcolare $g'(0)$ al variare di α .

.....

Risposta [4 punti]:

4. Determinare i punti stazionari della funzione $f(x, y) = e^{x^4 - y^2}$ e classificarli.

.....

Risposta [Determinazione dei punti stazionari 1 punto, classificazione 2 punti]:

5. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = xe^{x+2y}$ e il dominio T dato dal triangolo chiuso di vertici $A = (0, 0)$, $B = (1, 0)$ e $C = (0, 2)$. Detti $m = \min_T f$ e $M = \max_T f$, determinare m, M e i punti in cui essi vengono assunti.

.....

Risposta [Punti di minimo e valore minimo 2 punti, punti di massimo e valore massimo 2 punti]:

6. Data la curva

$$\gamma(t) = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{t} - t^2 \right) \vec{i} + \left(-\ln t + \frac{4}{\pi} \cos \left(\frac{\pi}{2} t \right) \right) \vec{j}$$

con $\frac{1}{2} \leq t \leq 7$, determinare l'equazione della retta tangente a γ nel punto $(0, 0)$.

.....

Risposta [4 punti]:

7. Calcolare l'integrale curvilineo $\int_{\gamma} \sqrt{y^2 - 1} ds$ dove γ è la curva $\gamma(t) = (t, \cosh t)$ con $-2 \leq t \leq 2$.

.....

Risposta [4 punti]:

8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = \begin{cases} x - 2y & \text{se } y \geq -x \\ 2x & \text{se } y < -x \end{cases}$$

e sia R il rettangolo di vertici $A = (1, 5), B = (2, 5), C = (2, -10), D = (1, -10)$. Calcolare

$$\frac{1}{25} \iint_R f(x, y) dx dy$$

.....

Risposta [4 punti]:
