Cognome e nome . . . . Firma . . . . Matricola . . . .

Corso di Laurea: ♢ AUTL; ♢ MATL; ♢ MECL ♢ INFL.

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE **il foglio A e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Data $f(x) = e^x e^{e^x+3}$, sia $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le \log 8,\ 0 \le y \le f(x)\}$. Calcolare l'area di A.

   . . . .

   Risposta [3,5 punti]:

2. Determinare la soluzione $\tilde{y}$ del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{\sin x \cos x}{3 + \cos^2 x} y \\ y(0) = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

   . . . .

   Risposta [3,5 punti]:

3. Siano $\alpha \ge 0$, $\vec{v} = (\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}})$ e sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x,y) = \begin{cases} 6x & \text{se } |y| \ge x^2 + \alpha \\ y & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

   Calcolare $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)$ al variare di α.

   . . . .

   Risposta [4 punti]:

4. Data la funzione $f(x,y) = \arctan(1+x^2)+7\cos^2 y$, determinarne i punti stazionari e classificarli.

....

Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

---

5. Si considerino la funzione $g(x,y) = y^2 - 2x$ e il dominio $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1\}$. Determinare il minimo m e il massimo M di g su D.

....

Risposta [Calcolo di m 2 punti, calcolo di M 2 punti]:

---

6. Sia Γ la curva data da $\vec{r}(t) = \displaystyle\int_1^t \frac{\cos\tau}{\tau^2}\, d\tau\, \vec{i}_1 - \int_1^t \frac{\sin\tau}{\tau^2}\, d\tau\, \vec{i}_2$ con $1 \leq t \leq 7$. Calcolare la lunghezza di Γ.

....

Risposta [3 punti]:

---

7. Siano $\alpha \in \mathbb{R}^+$, $\vec{F}$ il campo vettoriale definito da

$$\vec{F}(x,y) = \frac{y}{1+xy}\vec{i}_1 + \left(\frac{x}{1+xy} + y - 7\right)\vec{i}_2$$

e I_α l'integrale curvilineo di $\vec{F}$ lungo il segmento di estremi $A = (2,0)$ e $B = (0,\alpha)$ percorso da A verso B. Trovare α in modo che I_α sia minimo.

....

Risposta [4 punti]:

---

8. Calcolare $\displaystyle\iint_T 3x\, dxdy$, ove $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x \geq 0,\ y \geq 0,\ x^2 + y^2 > 1,\ \frac{x^2}{9} + y^2 \leq 1\}$.

....

Risposta [4 punti]:

---

1. Data $f(x) = e^x e^{e^x+3}$, sia $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \log 8,\ 0 \leq y \leq f(x)\}$. Calcolare l'area di A.

   ....

   Risposta [3,5 punti]:

2. Determinare la soluzione $\tilde{y}$ del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{\sin x \cos x}{3 + \cos^2 x} y \\ y(0) = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

   ....

   Risposta [3,5 punti]:

3. Siano $\alpha \geq 0$, $\vec{v} = (\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}})$ e sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x,y) = \begin{cases} 6x & \text{se } |y| \geq x^2 + \alpha \\ y & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

   Calcolare $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)$ al variare di α.

   ....

   Risposta [4 punti]:

4. Data la funzione $f(x,y) = \arctan(1+x^2)+7\cos^2 y$, determinarne i punti stazionari e classificarli.

   ....

   Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

5. Si considerino la funzione $g(x,y) = y^2 - 2x$ e il dominio $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1\}$. Determinare il minimo m e il massimo M di g su D.

   ....

   Risposta [Calcolo di m 2 punti, calcolo di M 2 punti]:

6. Sia Γ la curva data da $\vec{r}(t) = \displaystyle\int_1^t \frac{\cos\tau}{\tau^2}\, d\tau\, \vec{i}_1 - \int_1^t \frac{\sin\tau}{\tau^2}\, d\tau\, \vec{i}_2$ con $1 \le t \le 7$. Calcolare la lunghezza di Γ.

....

Risposta [3 punti]:

---

7. Siano $\alpha \in \mathbb{R}^+$, $\vec{F}$ il campo vettoriale definito da

$$\vec{F}(x,y) = \frac{y}{1+xy}\vec{i}_1 + \left(\frac{x}{1+xy} + y - 7\right)\vec{i}_2$$

e I_α l'integrale curvilineo di $\vec{F}$ lungo il segmento di estremi $A = (2,0)$ e $B = (0,\alpha)$ percorso da A verso B. Trovare α in modo che I_α sia minimo.

....

Risposta [4 punti]:

---

8. Calcolare $\displaystyle\iint_T 3x\, dxdy$, ove $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x \ge 0,\ y \ge 0,\ x^2+y^2 > 1,\ \frac{x^2}{9} + y^2 \le 1\}$.

....

Risposta [4 punti]:
