Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Corso di Laurea: ◊ INFL ◊ PPING

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE **il foglio A e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Calcolare la primitiva $\mathcal{F}$ di

$$f(x) = \left(e^{2x}+1\right)^{-1/2}$$

tale che $\mathcal{F}(\frac{1}{2}\log 3) = 2 - \frac{1}{2}\log 3$.

....

Risposta [4 punti]:

---

2. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -y + (\arctan x)e^{-x}\,, \\ y(0) = 0\,. \end{cases}$$

....

Risposta [4 punti]:

---

3. Determinare il dominio A della funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = \sqrt{x - \sqrt{2 - x^2 - y^2}}\,.$$

....

Risposta [3 punti]:

---

4. Determinare e classificare i punti stazionari della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x,y) = xe^{2x} + y^3 - y\,.$$

. . . .

Risposta [4 punti] :

---

5. Si considerino la funzione

$$g(x,y) = x + y$$

e il dominio $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x-2)^2 + y^2 \leq 2\}$. Determinare il minimo m e il massimo M di g su D ed i punti in cui sono assunti.

. . . .

Risposta [Calcolo di m 2 punti, calcolo di M 2 punti]:

---

6. Calcolare la lunghezza L della curva Γ di rappresentazione parametrica $\vec{r}(t) = 4t^2\,\vec{i} + 4t\,\vec{j} + \log t\,\vec{k}$, $1 \leq t \leq e^2$.

. . . .

Risposta [3 punti]:

---

7. Siano α, $\beta \in \mathbb{R}$. Si consideri il campo vettoriale $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definito da

$$\vec{F}(x,y,z) = (2x\sin 8y + 7y^2e^{-z})\,\vec{i} + (\alpha x^2\cos 8y + 14ye^{-z}x)\,\vec{j} + \beta y^2 e^{-z}x\,\vec{k}.$$

Determinare α e β affinché $\vec{F}$ sia conservativo in tutto $\mathbb{R}^3$. Per tali valori di α e β si calcoli il potenziale $\tilde{\varphi}$ tale che $\tilde{\varphi}(8,0,1) = 7$

. . . .

Risposta [4 punti]:

---

8. Calcolare $\displaystyle\iint_T 8\log(1+\sqrt{x^2+y^2})\,dxdy$, dove $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 4\,, 0 \leq y \leq x\}$.

. . . .

Risposta [4 punti]:

---

1. Calcolare la primitiva $\mathcal{F}$ di
$$f(x) = \left(e^{2x} + 1\right)^{-1/2}$$
tale che $\mathcal{F}(\frac{1}{2}\log 3) = 2 - \frac{1}{2}\log 3$.

   ...

   Risposta [4 punti]:

2. Determinare la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' = -y + (\arctan x)e^{-x}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

   ...

   Risposta [4 punti]:

3. Determinare il dominio A della funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da
$$f(x,y) = \sqrt{x - \sqrt{2 - x^2 - y^2}}\,.$$

   ...

   Risposta [3 punti]:

4. Determinare e classificare i punti stazionari della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da
$$f(x,y) = xe^{2x} + y^3 - y\,.$$

   ...

   Risposta [4 punti] :

5. Si considerino la funzione
$$g(x,y) = x + y$$
e il dominio $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x-2)^2 + y^2 \leq 2\}$. Determinare il minimo m e il massimo M di g su D ed i punti in cui sono assunti.

   ...

   Risposta [Calcolo di m 2 punti, calcolo di M 2 punti]:

6. Calcolare la lunghezza L della curva Γ di rappresentazione parametrica $\vec{r}(t) = 4t^2\,\vec{i} + 4t\,\vec{j} + \log t\,\vec{k}$, $1 \le t \le e^2$.

....

Risposta [3 punti]:

---

7. Siano α, $\beta \in \mathbb{R}$. Si consideri il campo vettoriale $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definito da

$$\vec{F}(x,y,z) = (2x\sin 8y + 7y^2e^{-z})\,\vec{i} + (\alpha x^2\cos 8y + 14ye^{-z}x)\,\vec{j} + \beta y^2 e^{-z}x\,\vec{k}.$$

Determinare α e β affinché $\vec{F}$ sia conservativo in tutto $\mathbb{R}^3$. Per tali valori di α e β si calcoli il potenziale $\tilde{\varphi}$ tale che $\tilde{\varphi}(8,0,1) = 7$

....

Risposta [4 punti]:

---

8. Calcolare $\displaystyle\iint_T 8\log(1+\sqrt{x^2+y^2})\,dxdy$, dove $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \le 4\,, 0 \le y \le x\}$.

....

Risposta [4 punti]:
