1. L'integrale $\displaystyle\int_1^3 \frac{\log x}{x\left(9-\log^2 x\right)}\, dx$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $-\frac{1}{2}\log\left(\frac{9}{9-\log^2 3}\right)$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{2}\log\left(\frac{9}{9-\log^2 3}\right)$ $\boxed{\text{C}}$: $\log\left(\frac{9}{9-\log^2 3}\right)$ $\boxed{\text{D}}$: $-\log\left(\frac{9}{9-\log^2 3}\right)$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{1}{2}\log\left(\frac{3}{9-\log^2 3}\right)$ $\boxed{\text{F}}$: $-\log\left(\frac{3}{9-\log^2 3}\right)$

2. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \left(1+e^{7x}\right) yy' = e^{7x} \\ y(0) = 1\,. \end{cases}$$

Allora $\frac{1}{2}(y^2(x)-1)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{7}\log\left(\frac{2}{1+e^{7x}}\right)$ $\boxed{\text{B}}$: $\log\left(\frac{1+e^{7x}}{2}\right)$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{7}\log\left(\frac{1+e^{7x}}{2}\right)$ $\boxed{\text{D}}$: $\log\left(\frac{2}{1+e^{7x}}\right)$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{1}{7}\log\left(1+e^{7x}\right)$ $\boxed{\text{F}}$: $-\frac{1}{7}\log\left(1+e^{7x}\right)$

3. Siano $\alpha > 0$, $E_\alpha = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \,:\, 0 \le y < \alpha x\}$ e sia $\vec{v} = (11,7)$. Allora la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{se } (x,y) \in E_\alpha \\ x^2 - xy & \text{se } (x,y) \notin E_\alpha \end{cases}$$

è derivabile in $(0,0)$ nella direzione individuata da $\vec{v}$ se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $0 < \alpha \le \frac{7}{11}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha > \frac{7}{11}$ $\boxed{\text{C}}$: $0 < \alpha \le \frac{11}{7}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > \frac{11}{7}$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \ge 11$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha \ge 7$

4. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = x^3y + 7xy^3$. Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: f non ammette punti stazionari $\boxed{\text{B}}$: f ammette un punto di sella e un punto di minimo $\boxed{\text{C}}$: f ammette solo un punto di minimo $\boxed{\text{D}}$: f ammette solo un punto di sella $\boxed{\text{E}}$: f ammette solo un punto di massimo $\boxed{\text{F}}$: f ammette un punto di minimo e un punto di massimo

5. Sia $Q = [-1,1] \times [-1,1]$ e sia $f(x,y) = 3y|x+y|$. Allora detti m e M il minimo e il massimo di f su Q si ha

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = 0$ e $M = 6$ $\boxed{\text{B}}$: $m = -6$ e $M = 0$ $\boxed{\text{C}}$: $m = -6$ e $M = \frac{3}{4}$ $\boxed{\text{D}}$: $m = -\frac{3}{4}$ e $M = 6$ $\boxed{\text{E}}$: $m = 0$ e $M = \frac{3}{4}$ $\boxed{\text{F}}$: $m = -6$ e $M = 6$

6. Sia data la curva piana di rappresentazione parametrica

$$\overrightarrow{r}(t) = (2t\sin t + 2\cos t)\,\overrightarrow{i}_1 + (-2t\cos t + 2\sin t)\,\overrightarrow{i}_2, \quad t \in [-\pi, \pi].$$

Allora la sua lunghezza è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $2\pi^2$ $\boxed{\text{B}}$: 2π $\boxed{\text{C}}$: 4π $\boxed{\text{D}}$: π^2 $\boxed{\text{E}}$: π $\boxed{\text{F}}$: 0

7. Calcolare l'integrale curvilineo $\displaystyle\int_\Gamma x e^{x^2+y^2}\, ds$, dove Γ è la frontiera del settore circolare $\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2+y^2 \le 2,\ x \ge 0,\ y \ge 0\}$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{(2\sqrt{2}+1)e^2-1}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $2e^2$ $\boxed{\text{C}}$: $\sqrt{2}e^2$ $\boxed{\text{D}}$: $3e^2-1$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{5e^2-1}{2}$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{5}{2}e^2$

8. Dato il campo vettoriale $\vec{F} : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ definito da

$$\vec{F}(x,y) = 3^y \arctan x \left(\frac{2}{1+x^2}\,\vec{i}_1 + \log 3 \arctan x\,\vec{i}_2\right),$$

sia φ il suo potenziale che vale 0 nel punto $(0,7)$. Allora $\varphi(1,1)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{3}{16}\pi$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{3}{16}\pi^2$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{9}{16}\pi$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{3}{4}\pi$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{9}{4}\pi$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{3}{4}\pi^2$

9. Siano A aperto di $\mathbf{R}^2$, $B \subseteq A$ aperto semplicemente connesso, e sia $\overrightarrow{F} = (F_1, F_2) : A \subseteq \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ tale che $\vec{F} \in C^1(A)$ e $\mathrm{rot}\vec{F} = \vec{0}$ su A. Delle seguenti affermazioni

(a) $\overrightarrow{F}$ è un gradiente in A (b) $\overrightarrow{F}$ è un gradiente in B (c) $\frac{\partial F_1}{\partial y} = \frac{\partial F_2}{\partial x}$ in A (d) se $\vec{F} \in C^2(A)$ allora $\vec{F}$ è un gradiente in A (e) $\frac{\partial F_1}{\partial x} = \frac{\partial F_2}{\partial y}$ in A (f) $\vec{F}$ ha integrale curvilineo indipendente dalla traiettoria in B

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a b c f $\boxed{\text{B}}$: c d $\boxed{\text{C}}$: b c f $\boxed{\text{D}}$: b f $\boxed{\text{E}}$: a b e f $\boxed{\text{F}}$: c d f

---

10. L'integrale doppio

$$\int\int_T \frac{8|y^3|}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}\, dxdy$$

dove $T = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : \ 1 \le x^2 + y^2 \le 4 \, , -\sqrt{3}x \le y \le \sqrt{3}x\}$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 5 $\boxed{\text{B}}$: 0 $\boxed{\text{C}}$: $\frac{10}{3}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{20}{3}$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{5}{2}$ $\boxed{\text{F}}$: 23

. . . .

Cognome e nome — Firma

Corso di Laurea: ♢ per l'ambiente e il territorio ; ♢ dell'automazione industriale; ♢ civile; ♢ gestionale;

♢ dell'informazione; ♢ dei materiali; ♢ meccanica.

Analisi Matematica B — 14 dicembre 2005 — Compito 1

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata e segnare il corso di laurea.
2. SEGNARE nelle due tabelle riportate in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta $= +3$; risposta sbagliata $= -0.5$; risposta non data $= 0$.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Risposte relative ai fogli allegati.

1.	2.	3.	4.	5.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E
F	F	F	F	F

6.	7.	8.	9.	10.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E
F	F	F	F	F