

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: ◇ AUTL; ◇ AMBL; ◇ CIVL; ◇ GESL. ◇ INFL; ◇ MATL; ◇ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE **il foglio A e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Determinare la primitiva $F :]1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ della funzione

$$f(x) = \frac{3 \arctan \sqrt{x-1}}{x\sqrt{x-1}}$$

tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = \frac{3}{4}\pi^2$.

.....

Risposta [3 punti]:

2. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + 2xy(x) = |x| \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

Calcolare $y(-1)$.

.....

Risposta [4 punti]:

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Si consideri la funzione $f_\alpha : A_\alpha \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f_\alpha(x, y) = (x^2 + y^2 - \alpha + 1)^{-1/2} + (\alpha - 1) \ln(\alpha - x^2 - y^2).$$

Si determini il dominio A_α al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$.

.....

Risposta [4 punti]:

4. Determinare e classificare i punti stazionari di

$$f(x, y) = (x^2 - 4)^4 + \arctan^2 y.$$

.....
Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

5. Sia data la funzione $g(x, y) = xye^{xy}$ nel dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, 1 \leq y \leq 7, xy \leq 7\}.$$

Calcolare il minimo m ed il massimo M di g su D specificando in quali punti essi vengono assunti.

.....
Risposta [Calcolo di m e punti di minimo 2 punti, calcolo di M e punti di massimo 2 punti]:

6. Determinare $\vec{\gamma} : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ sapendo che

$$\vec{\gamma}'(t) = 2 \sin t \vec{i} - 2 \cos t \vec{j}$$

$$\text{e } \vec{\gamma}(0) = \vec{i} + 2\vec{j}.$$

.....
Risposta [3 punti]:

7. Determinare almeno un valore di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $\oint_{\Gamma} \vec{F} = 0$ dove $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}^2$ è dato da

$$\vec{F}(x, y) = \frac{\alpha x}{x^2 + y^2} \vec{i} + \frac{2y}{x^2 + y^2} \vec{j}$$

e Γ è il bordo del quadrato di vertici $(1, 0)$, $(2, 0)$, $(2, 1)$ e $(1, 1)$ percorso in senso antiorario.

.....
Risposta [4 punti]:

8. Calcolare

$$\iint_D \left[2x^2 \tan \frac{x}{2} + 3y^3 + 2 \right] dx dy$$

dove D è il cerchio di centro $(0, 0)$ e raggio 2.

.....
Risposta [4 punti]:
