1. Sia $\mathcal{F}(x)$ la primitiva di $f(x) = \dfrac{\left(1-\cos^2(2\log x)\right)\cos(2\log x)}{x}$ tale che $\mathcal{F}(e^{\frac{\pi}{4}}) = \frac{1}{4}$. Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\mathcal{F}(x) = \frac{1}{6}\cos^3(2\log x) + \frac{1}{12}$ $\boxed{\text{B}}$: $\mathcal{F}(x) = -\frac{1}{2}\sin^3(2\log x) + \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{C}}$: $\mathcal{F}(x) = \frac{1}{4}\sin^3(2\log x)$ $\boxed{\text{D}}$: $\mathcal{F}(x) = -\frac{1}{4}\cos^3(2\log x) + \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{E}}$: $\mathcal{F}(x) = \frac{1}{6}\sin^3(2\log x) + \frac{1}{12}$ $\boxed{\text{F}}$: $\mathcal{F}(x) = -\frac{1}{6}\sin^3(2\log x) + \frac{1}{2}$

---

2. Sia $\tilde{y}(x)$ la soluzione del problema di Cauchy $y' + \dfrac{\sin 2x}{3(1+\sin^2 x)}\,y = 0 \quad y(0) = 3.$ Allora $\tilde{y}(\frac{\pi}{2})$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{3}{\sqrt[3]{2}}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{3}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{3}{\sqrt{2}}$ $\boxed{\text{D}}$: $-\sqrt[3]{2}$ $\boxed{\text{E}}$: 1 $\boxed{\text{F}}$: 0

---

3. Siano $\alpha \in \mathbf{R}$ e f la funzione definita da $f(x,y) = \log(4-x^2) + \sqrt{1-y^2} + \sqrt[4]{\alpha - x - y}$. Allora il dominio di f ha area massima se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha = 3$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha = -1$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha = 1$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha = 0$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha = -3$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha = 2$

---

4. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = 2x^2 + 4y^2 + 2x^2y$. Allora f ammette in $\mathbf{R}^2$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: un punto di massimo relativo e due punti di sella $\boxed{\text{B}}$: un unico punto di minimo $\boxed{\text{C}}$: due punti di minimo relativo ed un punto di sella $\boxed{\text{D}}$: un punto di minimo relativo e due punti di sella $\boxed{\text{E}}$: un punto di sella e uno di minimo relativo $\boxed{\text{F}}$: un punto di sella e uno di massimo relativo

---

5. Sia $\beta \in \mathbf{R}^+$. Si consideri la funzione $g(x,y) = x^2 + y^2 - 2x + 1$ nel dominio $R_\beta = [0,2] \times [0, 7\beta]$. Allora, definendo $M_\beta = \max\limits_{(x,y)\in R_\beta} g(x,y)$ e $m_\beta = \min\limits_{(x,y)\in R_\beta} g(x,y)$, si ha $M_\beta - m_\beta = 2$ per

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\beta = \frac{1}{14}$ $\boxed{\text{B}}$: $\beta = 8$ $\boxed{\text{C}}$: $\beta = \frac{1}{8}$ $\boxed{\text{D}}$: nessun $\beta > 0$ $\boxed{\text{E}}$: $\beta = 1$ $\boxed{\text{F}}$: $\beta = \frac{1}{7}$

---

6. Calcolare la lunghezza L della curva di rappresentazione parametrica $\vec{r}(t) = 7\cos^2 t\,\vec{i}_1 + 7\cos t \sin t\,\vec{i}_2, \quad t \in [0,\pi]$.

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $L = 14\pi$ $\boxed{\text{B}}$: $L = 3\frac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $L = 5\frac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $L = 8\pi$ $\boxed{\text{E}}$: $L = 7\pi$ $\boxed{\text{F}}$: $L = -7$

---

7. Calcolare l'integrale curvilineo $\displaystyle\int_\Gamma \frac{3\arctan x}{(1+2y)^{3/2}}\,ds$, dove Γ è la curva di rappresentazione parametrica $\vec{r}(t) = t\,\vec{i}_1 + \frac{1}{2}t^2\,\vec{i}_2, \quad t \in [0,1]$.

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{\pi}{4}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{3}{32}\pi^2$ $\boxed{\text{C}}$: $-\frac{5}{32}\pi^2$ $\boxed{\text{D}}$: 3π $\boxed{\text{E}}$: -3 $\boxed{\text{F}}$: $-\pi^2$

---

8. Siano $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$. Sia $\vec{F} : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ il campo vettoriale definito da $\vec{F}(x,y) = (e^{\alpha x} + e^{\beta x})\sin(\frac{1}{2}y)\,\vec{i}_1 + \frac{1}{7}\sinh(7x)\cos(\frac{1}{2}y)\,\vec{i}_2$. Allora $\vec{F}$ ha integrale curvilineo indipendente dal percorso se solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha = \beta = 0$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha = -\beta = \pm 7$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha = 1,\ \beta = \pm 7$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha = \beta = \pm 6$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha = 8,\ \beta = -7$ $\boxed{\text{F}}$: $\alpha = \beta = 8$

---

9. Siano $f : A \subseteq \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, A aperto, $f \in C^2(A)$. Allora delle seguenti affermazioni

(a) la matrice hessiana di f è definita in ogni punto di A ed ammette solo autovalori reali (b) f ammette almeno un punto di massimo assoluto in A (c) f ammette almeno un punto stazionario in A (d) esistono tutte le derivate direzionali di f in ogni punto di A (e) $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ in A (f) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ in A

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a b $\boxed{\text{B}}$: a d e f $\boxed{\text{C}}$: c d e f $\boxed{\text{D}}$: a d f $\boxed{\text{E}}$: b c d $\boxed{\text{F}}$: a e f

---

10. L'integrale doppio $\displaystyle\frac{21}{2}\iint_T [5x - 3y]\,dxdy$, dove T è la parte di piano limitata, compresa fra $y = x^3$ e $y = |x|$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 4 $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{21}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: -2 $\boxed{\text{E}}$: $\frac{2}{3}$ $\boxed{\text{F}}$: 0

. . . .

Cognome e nome   Firma

Corso di Laurea: ♢ per l'ambiente e il territorio ; ♢ dell'automazione industriale; ♢ civile; ♢ gestionale;

♢ dell'informazione; ♢ dei materiali; ♢ meccanica.

Analisi Matematica B   24 marzo 2005   Compito 1

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata e segnare il corso di laurea.
2. SEGNARE nelle due tabelle riportate in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +3; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE questo foglio e tutti i fogli di protocollo.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Risposte relative ai fogli allegati.

1.	2.	3.	4.	5.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E
F	F	F	F	F

6.	7.	8.	9.	10.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E
F	F	F	F	F