Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Corso di Laurea: ♢ INFL ♢ PPING

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE **il foglio A e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int_0^{\pi/2} 2\frac{\sin x \sin(2x)}{1+\sin^2 x}\,dx.$

   ....

   Risposta [4 punti]:

2. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{x(e^y+1)}{e^y}, \\ y(0) = 0\,. \end{cases}$$

   ....

   Risposta [4 punti]:

3. Determinare il dominio A della funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = \sqrt{1-\sin(x^2+y^2-7)} + \frac{1}{\sqrt{\arctan(xy-1)}}\,.$$

   ....

   Risposta [3 punti]:

4. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = -x^3(x^2 + y^2 - 1)^2 \, .$$

Stabilire se i punti della circonferenza C di centro l'origine e raggio 1 sono stazionari per f ed in tal caso classificarli.

....

Risposta [Verifica stazionarietà 1 punto, classificazione 3 punti]:

---

5. Si considerino la funzione

$$g(x, y) = xy$$

e il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| - 3 \leq y \leq 3 - |x|\}$. Determinare il minimo m e il massimo M di g su D ed i punti in cui sono assunti.

....

Risposta [Calcolo di m 2 punti, calcolo di M 2 punti]:

---

6. Si consideri la curva Γ di rappresentazione parametrica $\vec{r}(t) = (7\cos t, 8\sin t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$. Determinare per quali $t^* \in [0, 2\pi]$ il vettore tangente a Γ risulti $(0, -8)$.

....

Risposta [3 punti]:

---

7. Calcolare l'integrale curvilineo rispetto alla lunghezza d'arco $\int_\Gamma 6y\sqrt{1 - y^2}\, ds$ ove Γ ha rappresentazione parametrica $\vec{r}(t) = (t, \cos t)$, $\pi \leq t \leq \frac{3}{2}\pi$.

....

Risposta [4 punti]:

---

8. Calcolare $\displaystyle\iint_T [y^2 \sin x + 7\frac{x + y}{x^2 + y^2}]\, dxdy$, dove T è la semicorona circolare di centro $(0, 0)$ e raggi 2 e 3 situata nel semipiano delle ordinate positive.

....

Risposta [4 punti]:

---

1. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int_0^{\pi/2} 2\frac{\sin x \sin(2x)}{1+\sin^2 x}\,dx$.

   ....

   Risposta [4 punti]:

2. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{x(e^y+1)}{e^y}\,, \\ y(0) = 0\,. \end{cases}$$

   ....

   Risposta [4 punti]:

3. Determinare il dominio A della funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = \sqrt{1-\sin(x^2+y^2-7)} + \frac{1}{\sqrt{\arctan(xy-1)}}\,.$$

   ....

   Risposta [3 punti]:

4. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x,y) = -x^3(x^2+y^2-1)^2\,.$$

   Stabilire se i punti della circonferenza C di centro l'origine e raggio 1 sono stazionari per f ed in tal caso classificarli.

   ....

   Risposta [Verifica stazionarietà 1 punto, classificazione 3 punti]:

5. Si considerino la funzione

$$g(x,y) = xy$$

   e il dominio $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| - 3 \leq y \leq 3 - |x|\}$. Determinare il minimo m e il massimo M di g su D ed i punti in cui sono assunti.

   ....

   Risposta [Calcolo di m 2 punti, calcolo di M 2 punti]:

6. Si consideri la curva Γ di rappresentazione parametrica $\vec{r}(t) = (7\cos t, 8\sin t)$, $0 \le t \le 2\pi$. Determinare per quali $t^* \in [0, 2\pi]$ il vettore tangente a Γ risulti $(0, -8)$.

. . . .

Risposta [3 punti]:

---

7. Calcolare l'integrale curvilineo rispetto alla lunghezza d'arco $\int_\Gamma 6y\sqrt{1-y^2}\,ds$ ove Γ ha rappresentazione parametrica $\vec{r}(t) = (t, \cos t)$, $\pi \le t \le \frac{3}{2}\pi$.

. . . .

Risposta [4 punti]:

---

8. Calcolare $\displaystyle\iint_T [y^2 \sin x + 7\frac{x+y}{x^2+y^2}]\,dxdy$, dove T è la semicorona circolare di centro $(0, 0)$ e raggi 2 e 3 situata nel semipiano delle ordinate positive.

. . . .

Risposta [4 punti]:
