

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: ◇ AUTL; ◇ MATL; ◇ MECL; ◇ INFL.

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE **il foglio A e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Calcolare l'insieme delle primitive di $f(x) = \log(7 + x^2)^{2x}$.

.....

Risposta [4 punti]:

.....

2. Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y''' + 3y'' + 2y' = 2x + 1$$

.....

Risposta [3 punti]:

.....

3. Sia $g : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$g(s) = \begin{cases} 7 & \text{se } 0 \leq s \leq 3 \\ 0 & \text{se } 3 < s \leq 4 \\ 1 & \text{se } s > 4 \end{cases}$$

e sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = g(x^2 + y^2)$. Determinare l'insieme dei punti di discontinuità di f .

.....

Risposta [3 punti]:

.....

4. Data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, definita da

$$f(x, y) = \int_0^1 (x^2 + y^2 + 7)e^{(x^2+y^2+7)t} dt,$$

determinare i punti stazionari di f e classificarli.

.....

Risposta [4 punti]:

5. Si consideri la funzione $g(x, y) = x + y$ nel dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 - 4x + 2 \leq y \leq -2x + 2\}.$$

Determinare il minimo m e il massimo M di g su D .

.....

Risposta [Calcolo di m 2 punti, calcolo di M 2 punti]:

6. Siano $\alpha \in \mathbb{R}^+$ e $\gamma : [-\frac{1}{2}, 7] \rightarrow \mathbb{R}^2$ la curva $\gamma(t) = (\alpha t^2 - t, \sqrt{\alpha} \log(t + 1))$. Trovare α tale che il vettore tangente a γ nel punto $P = (0, 0)$ sia perpendicolare al vettore tangente a γ nel punto $Q = (\alpha - 1, \sqrt{\alpha} \log 2)$.

.....

Risposta [4 punti]:

7. Calcolare l'integrale curvilineo $\int_{\gamma} \frac{2(x+y)}{x^2} ds$ dove γ è il grafico della funzione

$$f(x) = x(\log x - 1) \text{ con } 1 \leq x \leq e^2.$$

.....

Risposta [4 punti]:

8. Sia T il triangolo di vertici $A = (0, 0)$, $B = (2, 2)$ e $C = (6, 2)$. Calcolare

$$\frac{3}{3e^4 - 7} \iint_T ye^{x-y} dx dy.$$

.....

Risposta [4 punti]:

1. Calcolare l'insieme delle primitive di $f(x) = \log(7 + x^2)^{2x}$.

.....

Risposta [4 punti]:

2. Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y''' + 3y'' + 2y' = 2x + 1$$

.....

Risposta [3 punti]:

3. Sia $g : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$g(s) = \begin{cases} 7 & \text{se } 0 \leq s \leq 3 \\ 0 & \text{se } 3 < s \leq 4 \\ 1 & \text{se } s > 4 \end{cases}$$

e sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = g(x^2 + y^2)$. Determinare l'insieme dei punti di discontinuità di f .

.....

Risposta [3 punti]:

4. Data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, definita da

$$f(x, y) = \int_0^1 (x^2 + y^2 + 7)e^{(x^2+y^2+7)t} dt,$$

determinare i punti stazionari di f e classificarli.

.....

Risposta [4 punti]:

5. Si consideri la funzione $g(x, y) = x + y$ nel dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 - 4x + 2 \leq y \leq -2x + 2\}.$$

Determinare il minimo m e il massimo M di g su D .

.....

Risposta [Calcolo di m 2 punti, calcolo di M 2 punti]:

6. Siano $\alpha \in \mathbb{R}^+$ e $\gamma: [-\frac{1}{2}, 7] \rightarrow \mathbb{R}^2$ la curva $\gamma(t) = (\alpha t^2 - t, \sqrt{\alpha} \log(t+1))$. Trovare α tale che il vettore tangente a γ nel punto $P = (0, 0)$ sia perpendicolare al vettore tangente a γ nel punto $Q = (\alpha - 1, \sqrt{\alpha} \log 2)$.

.....

Risposta [4 punti]:

7. Calcolare l'integrale curvilineo $\int_{\gamma} \frac{2(x+y)}{x^2} ds$ dove γ è il grafico della funzione $f(x) = x(\log x - 1)$ con $1 \leq x \leq e^2$.

.....

Risposta [4 punti]:

8. Sia T il triangolo di vertici $A = (0, 0)$, $B = (2, 2)$ e $C = (6, 2)$. Calcolare

$$\frac{3}{3e^4 - 7} \iint_T ye^{x-y} dx dy.$$

.....

Risposta [4 punti]:
