

1. L'integrale $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{12}{x\sqrt{1-\log^2 x}} dx$ vale

Risp.: **A** : -3 **B** : $-\frac{e}{3}$ **C** : 2π **D** : $\frac{3}{2}$ **E** : -3π **F** : $-\log 2$

2. Sia $\tilde{y}(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y' = 3x^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 6. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(1)$ vale

Risp.: **A** : 4 **B** : 1 **C** : 0 **D** : 5 **E** : $-\frac{1}{4}$ **F** : -1

3. Sia $f : A \subset \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) = y \arcsin^2 x + \frac{\pi}{9} \sqrt{3}xy$. Allora $\nabla f(\frac{1}{2}, 2)$ vale

Risp.: **A** : $(2, \frac{\pi^2}{36} + \frac{\pi}{2}\sqrt{3})$ **B** : $(\frac{\pi}{\sqrt{3}}, \frac{\pi^2}{36} + \frac{\pi}{2}\sqrt{3})$ **C** : $(2\frac{\pi}{\sqrt{3}}, \frac{\pi}{2}\sqrt{3})$ **D** : $(2\frac{\pi}{\sqrt{3}}, \frac{\pi^2}{36} + \frac{\pi}{18}\sqrt{3})$ **E** : $(2\frac{\pi}{\sqrt{3}}, \frac{\pi^2}{36})$
F : $(3\frac{\pi}{\sqrt{2}}, \frac{\pi^2}{41} + \frac{\pi}{3}\sqrt{2})$

4. Sia $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da $f(x, y) = (x - y) \cos(\pi x) + 7$. Quanti punti stazionari ammette la funzione f nell'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : |x| < 2, |y| < 2\}$?

Risp.: **A** : 2 **B** : 1 **C** : 3 **D** : 6 **E** : 0 **F** : 4

5. Si consideri la funzione $g(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 2y$ nel quadrato $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$. Definendo $M = \max_{(x,y) \in A} g(x, y)$, $m = \min_{(x,y) \in A} g(x, y)$, si ha che

Risp.: **A** : $m = -2, M = 2$ **B** : $m = -2, M = 0$ **C** : $m = -1, M = 1$ **D** : $m = 0, M = 1$ **E** : $m = 1, M = 4$
F : $m = -3, M = 3$

6. Data la curva Γ di rappresentazione parametrica $\vec{r}(t) = 2(\cos t)^2 \vec{i}_1 + 2(\sin t)^2 \vec{i}_2$, $0 \leq t \leq \pi$, la lunghezza della curva è

Risp.: **A** : 3π **B** : 2π **C** : 2 **D** : 3 **E** : $4\sqrt{2}$ **F** : 4

7. Calcolare l'integrale curvilineo $\int_{\Gamma} 2xe^{\sqrt{x^2+y^2}} ds$, dove Γ è la frontiera del settore circolare $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2+y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ percorsa in senso antiorario.

Risp.: **A** : 4π **B** : $2e\pi$ **C** : $2(e+1)$ **D** : $(e+1)$ **E** : -3π **F** : $3(e+2)$

8. Calcolare l'integrale curvilineo $\int_{\Gamma} \frac{1}{1+x^2} dx + \frac{1}{2+y} dy$, dove Γ è l'arco di circonferenza di centro l'origine e raggio 1, che unisce i punti $A(1, 0)$ e $B(0, 1)$ percorso in senso antiorario.

Risp.: **A** : 0 **B** : $\log \frac{3}{2} - \frac{\pi}{4}$ **C** : $\log \frac{3}{2} - \frac{\pi}{3}$ **D** : $\log 3 - \frac{\pi}{4}$ **E** : $\log \frac{4}{3} - \frac{\pi}{3}$ **F** : $\log 2$

9. Sia $f : A \subseteq \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ con A aperto. Sia $f \in C^1(A)$ con $\frac{\partial^2 f}{\partial x_j^2} \in C^0(A)$, per ogni $j = 1, \dots, n$. Allora delle seguenti affermazioni

- (a) f è differenziabile in A (b) f è continua in A (c) f ammette tutte le derivate direzionali in ogni $\vec{x}_0 \in A$ (d) f ammette massimo assoluto in A (e) f ammette minimo assoluto in A (f) $\forall i, j = 1, \dots, n$ con $i \neq j$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i}$ in A

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : a b c **B** : a c d **C** : a b e **D** : a c d f **E** : a d e f **F** : b c d e

10. L'integrale doppio $2 \iint_T xy \exp\left(\frac{2y^2}{x^2+y^2}\right) dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ vale

Risp.: **A** : e^3 **B** : $\frac{15}{8}(e^2 - 3)$ **C** : $\frac{15}{8}(e^2 - 1)$ **D** : $\frac{1}{8}(e^2 - 1)$ **E** : $\frac{15}{8}e^2$ **F** : $\frac{15}{8}(e^2 + 2)$

.....
Cognome e nome

Firma

Corso di Laurea: \diamond per l'ambiente e il territorio ; \diamond dell'automazione industriale; \diamond civile; \diamond gestionale;
 \diamond dell'informazione; \diamond dei materiali; \diamond meccanica.

Analisi Matematica B

2 settembre 2003

Compito 1

- Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata e segnare il corso di laurea.
2. SEGNARE nelle due tabelle riportate in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +3; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Risposte relative ai fogli allegati.

1.	2.	3.	4.	5.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E
F	F	F	F	F

6.	7.	8.	9.	10.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E
F	F	F	F	F