

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: ◇ AUTL; ◇ AMBL; ◇ CIVL; ◇ GESL. ◇ INFL; ◇ MATL; ◇ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE **il foglio A e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Calcolare il valore dell'integrale $\int_0^{1/2} \frac{14x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.

.....
Risposta [3 punti]:

2. Determinare la soluzione $y(x)$ dell'equazione differenziale

$$y'' + y' - 2y = 10 \sin x$$

tale che $y(0) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)e^{-x} = 0$.

.....
Risposta [4 punti]:

3. Sia $\beta > 1$. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{|x|^{\beta-1}y}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Sia $v = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$; determinare al variare di β se esiste la derivata direzionale $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 0)$ e, in caso affermativo, calcolarla.

.....
Risposta [4 punti]:

4. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$, $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da:

$$f(x, y) = \alpha^2 x^2 + 2\alpha xy + y^2 \quad \text{e} \quad g(x, y) = (y - x + 2)^3.$$

Determinare per quali valori di α le due funzioni ammettono punti stazionari in comune e classificarli.

.....

Risposta [Determinazione di α 2 punti, classificazione 2 punti]:

5. Si consideri la funzione $g(x, y) = \sqrt{x + y}$ nel suo dominio D . Si consideri inoltre l'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - 4x \leq 0\}.$$

Calcolare il minimo m ed il massimo M di g su $A \cap D$ specificando in quali punti essi vengono assunti.

.....

Risposta [Calcolo di m e punti di minimo 2 punti, calcolo di M e punti di massimo 2 punti]:

6. Determinare le equazioni parametriche della retta tangente alla curva $\gamma : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da $\gamma(t) = (2e^{-t} \cos t, 2e^{-t} \sin t, 2e^{-t})$ in $P = (2, 0, 2)$.

.....

Risposta [3 punti]:

7. Calcolare l'integrale curvilineo rispetto alla lunghezza d'arco $\int_{\gamma} \sqrt{y} ds$ ove γ è data da $\gamma(t) = (2 \cos t, t^2, 2 \sin t)$, $-1 \leq t \leq 1$.

.....

Risposta [4 punti]:

8. Calcolare

$$\iint_T \frac{y}{(x-7)^2 + y^2} dx dy$$

dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq (x-7)^2 + y^2 \leq 49, y \leq 0\}$.

.....

Risposta [4 punti]:
