

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: ◇ INFL ◇ PPING

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e tutti i fogli di protocollo.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Calcolare l'integrale $\int_{-7}^{-6} 7e^{\sqrt{x+7}} dx$.
-

Risposta [3 punti]:

.....

2. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y = 3xe^x, \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = -\frac{3}{4}. \end{cases}$$

.....

Risposta [4 punti]:

.....

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Si considerino la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \sin(x + y + 7) & \text{se } xy > 0 \\ \alpha & \text{se } xy \leq 0 \end{cases}$$

e il vettore $\vec{v} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$. Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, stabilire se $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0, 0)$ esiste e, in caso affermativo, calcolarla.

.....

Risposta [4 punti]:

.....

4. Siano $\beta \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x, y) = (y - 2\beta x)[(x - 2)^2 + y^2 - 2]^4$.
 Verificare che tutti i punti della circonferenza $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 2)^2 + y^2 = 2\}$ sono stazionari per f . Determinare per quali valori di β tutti i punti di C sono di massimo relativo per f .

.....

Risposta [Verifica stazionarietà 1 punto, determinazione massimi 3 punti]:

5. Si considerino la funzione

$$g(x, y) = (x^2 + y^2 + 1)^2$$

e il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| = \sqrt{2}\}$. Determinare il minimo m e il massimo M di g su D ed i punti in cui sono assunti.

.....

Risposta [Calcolo di m 2 punti, calcolo di M 2 punti]:

6. Siano $\delta > 0$ e Γ_δ la famiglia di curve piane di rappresentazione parametrica $\vec{r}_\delta(t) = t\vec{i}_1 + 2\delta t^2\vec{i}_2$ con $0 \leq t \leq 2$. Determinare δ tale che il vettore tangente alla curva Γ_δ nel punto $P_\delta = (1, 2\delta)$ abbia norma uguale a $\sqrt{2}$.

.....

Risposta [3 punti]:

7. Calcolare l'integrale curvilineo $\oint_\Gamma \vec{F} \cdot d\Gamma$ dove \vec{F} è il campo vettoriale definito da

$$\vec{F}(x, y) = -7xy^3\vec{i}_1 + yx^3\vec{i}_2$$

e Γ è tutto il perimetro del rettangolo di vertici $(0, 0)$, $(7, 0)$, $(7, 1)$, $(0, 1)$, percorso in senso antiorario.

.....

Risposta [4 punti]:

8. Calcolare $\iint_T (6x + 2y^3) dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2, x \geq 0, |y| \leq x^2\}$.

.....

Risposta [4 punti]:

1. Calcolare l'integrale $\int_{-7}^{-6} 7e^{\sqrt{x+7}} dx$.
-

Risposta [3 punti]:

.....

2. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y = 3xe^x, \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = -\frac{3}{4}. \end{cases}$$

.....

Risposta [4 punti]:

.....

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Si considerino la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \sin(x + y + 7) & \text{se } xy > 0 \\ \alpha & \text{se } xy \leq 0 \end{cases}$$

e il vettore $\vec{v} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$. Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, stabilire se $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0, 0)$ esiste e, in caso affermativo, calcolarla.

.....

Risposta [4 punti]:

.....

4. Siano $\beta \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x, y) = (y - 2\beta x)[(x - 2)^2 + y^2 - 2]^4$.

Verificare che tutti i punti della circonferenza $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 2)^2 + y^2 = 2\}$ sono stazionari per f . Determinare per quali valori di β tutti i punti di C sono di massimo relativo per f .

.....

Risposta [Verifica stazionarietà 1 punto, determinazione massimi 3 punti]:

.....

5. Si considerino la funzione

$$g(x, y) = (x^2 + y^2 + 1)^2$$

e il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| = \sqrt{2}\}$. Determinare il minimo m e il massimo M di g su D ed i punti in cui sono assunti.

.....
Risposta [Calcolo di m 2 punti, calcolo di M 2 punti]:

-
6. Siano $\delta > 0$ e Γ_δ la famiglia di curve piane di rappresentazione parametrica $\vec{r}_\delta(t) = t\vec{i}_1 + 2\delta t^2\vec{i}_2$ con $0 \leq t \leq 2$. Determinare δ tale che il vettore tangente alla curva Γ_δ nel punto $P_\delta = (1, 2\delta)$ abbia norma uguale a $\sqrt{2}$.

.....
Risposta [3 punti]:

-
7. Calcolare l'integrale curvilineo $\oint_\Gamma \vec{F} \cdot d\Gamma$ dove \vec{F} è il campo vettoriale definito da

$$\vec{F}(x, y) = -7xy^3\vec{i}_1 + yx^3\vec{i}_2$$

e Γ è tutto il perimetro del rettangolo di vertici $(0, 0)$, $(7, 0)$, $(7, 1)$, $(0, 1)$, percorso in senso antiorario.

.....
Risposta [4 punti]:

-
8. Calcolare $\iint_T (6x + 2y^3) dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2, x \geq 0, |y| \leq x^2\}$.

.....
Risposta [4 punti]:
