

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

Corso di Laurea:  $\diamond$  AUTL;  $\diamond$  AMBL;  $\diamond$  CIVL;  $\diamond$  GESL;  $\diamond$  INFL;  $\diamond$  MATL;  $\diamond$  MECL;  $\diamond$  PPING

### Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE **il foglio A e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia  $f : ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = 4x \arctan \frac{1}{x}$ . Calcolare la primitiva  $F$  di  $f$  tale che  $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = 7$ .

.....

**Risposta [4 punti]:**

2. Determinare la soluzione  $y : ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  dell'equazione differenziale

$$(x + 1)y'(x) = 7x\sqrt{xy^2}(x)$$

tale che  $\lim_{x \rightarrow 0^+} y(x) = -1$ .

.....

**Risposta [4 punti]:**

3. Sia  $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = \frac{\tan\left(y + \frac{\pi}{2}\right)}{\ln(x + 2)}.$$

Si determini il dominio  $A$  di  $f$ .

.....

**Risposta [3 punti]:**

4. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ , e sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione data da  $f(x, y) = (x^2 + 7y^2)(y - x^2 + \alpha^2 - 2\alpha)$ . Verificare se  $(0, 0)$  è punto stazionario di  $f$  e, in caso affermativo, classificarlo al variare di  $\alpha$ .

.....

**Risposta [4 punti]:**

---

5. Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x, y) = \frac{3x^2 + y^2}{3}.$$

Determinare il minimo  $m$  e il massimo  $M$  di  $f$  vincolata a  $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \sqrt{4 - (x - 1)^2}\}$ .

.....

**Risposta [Calcolo di  $m$  2 punti, calcolo di  $M$  2 punti]:**

---

6. Sia  $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$  la curva data da  $\gamma(t) = 2(\cos t + \sin t)\vec{i} + 2(\sin t - \cos t)\vec{j}$ . Determinare il vettore tangente a  $\gamma$  nel punto di coordinate  $(2, 2)$ .

.....

**Risposta [3 punti]:**

---

7. Calcolare l'integrale curvilineo  $\int_{\gamma} \vec{F}$  dove  $\vec{F}(x, y) = 7x\vec{i} + y\vec{j}$  e  $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$  è data da  $\gamma(t) = (t - \sin t)\vec{i} + (1 - \cos t)\vec{j}$ .

.....

**Risposta [4 punti]:**

---

8. Calcolare

$$64 \iint_T \frac{x^3 y}{x^2 + y^2} dx dy$$

dove  $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq \sqrt{2}, -y \leq x \leq 0\}$ .

.....

**Risposta [4 punti]:**

---