

1. L'integrale  $\int_0^{\pi/2} \frac{2 \sin 2x + \cos x}{1 + \sin^2 x} dx$  vale

Risp.: **A** :  $2 \log 3 - \pi/4$  **B** :  $2 \log 3 + \pi/4$  **C** :  $2 \log 2 - \pi/4$  **D** :  $3 \log 2 + \pi/2$  **E** :  $2 \log 2 + \pi/4$  **F** :  $3 \log 2 - \pi/2$

2. Sia  $\tilde{y}(x)$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 2y = 1, \\ y(0) = -\frac{1}{2}, \quad y'(0) = 1. \end{cases}$$

Allora  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tilde{y}(x)$  vale

Risp.: **A** :  $\frac{1}{2}$  **B** : 1 **C** : 2 **D** : 0 **E** :  $\frac{2}{3}$  **F** :  $\frac{3}{2}$

3. Siano  $f$  la funzione definita da  $f(x, y) = \log(3x + y) - \frac{2}{3}x$  e  $\vec{v} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ . Trovare il punto  $P = (x_0, y_0)$  sulla bisettrice del primo e terzo quadrante, con ascissa positiva, tale che  $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(x_0, y_0) = 0$ .

Risp.: **A** :  $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$  **B** : (2, 2) **C** : (1, 1) **D** : (2, -2) **E** :  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  **F** :  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

4. Sia  $f$  la funzione definita da  $f(x, y) = \log(x^2 - y) + \log(y + 4)$ . Allora  $f$  ammette

Risp.: **A** : un unico punto di massimo **B** : un unico punto di minimo **C** : due punti di sella **D** : un unico punto di sella **E** : un punto di sella e uno di minimo **F** : un punto di sella e uno di massimo

5. Si consideri la funzione  $f(x, y) = x + y$  definita sull'ellisse  $E$  di equazione  $g(x, y) := x^2 - xy + y^2 - 4 = 0$ . Posto  $M = \max_{(x,y) \in E} f(x, y)$  e  $m = \min_{(x,y) \in E} f(x, y)$ , si ha

Risp.: **A** :  $M = 3$  e  $m = -3$  **B** :  $M = 4$  e  $m = 0$  **C** :  $M = 0$  e  $m = -4$  **D** :  $M = 4$  e  $m = -3$  **E** :  $M = 3$  e  $m = -4$  **F** :  $M = 4$  e  $m = -4$

6. Sia  $L$  la lunghezza della curva di rappresentazione parametrica

$$\vec{r}(t) = e^{-t} \cos t \vec{i}_1 + e^{-t} \sin t \vec{i}_2, \quad t \in [0, 2\pi].$$

Risp.: **A** :  $L = +\infty$  **B** :  $L = (1 - e^{-2\pi})$  **C** :  $L = \sqrt{2}(1 - e^{-\pi})$  **D** :  $L = \sqrt{2}$  **E** :  $L = \sqrt{2}(1 - e^{-2\pi})$  **F** :  $L = 0$

7. Calcolare l'integrale curvilineo  $8 \int_{\Gamma} -x^2 y dx + xy^2 dy$

esteso all'arco di circonferenza  $\Gamma$  di rappresentazione parametrica  $\vec{r}(t) = (\cos t, \sin t)$ ,  $t \in [0, \pi/2]$ .

Risp.: **A** :  $2\pi$  **B** :  $\pi$  **C** : 2 **D** :  $4\pi$  **E** : 3 **F** : 4

8. Dato il campo vettoriale  $\vec{F}(x, y, z) = 2x(y - z)\vec{i} + x^2\vec{j} + (-x^2 + 3z^2)\vec{k}$ , sia  $\varphi$  il potenziale che vale 2 nel punto (0, 0, 0). Si calcoli  $\varphi(7, 1, 1)$ .

Risp.: **A** : 1 **B** : 3 **C** : 2 **D** : -1 **E** : 0 **F** : -2

9. Siano  $f : B \subseteq \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  con  $B$  insieme chiuso e limitato,  $A$  l'insieme dei punti interni di  $B$ . Supponiamo che  $f$  sia continua in  $B$  e che  $\frac{\partial f}{\partial x}$  e  $\frac{\partial f}{\partial y}$  esistano e siano continue in  $A$ . Allora delle seguenti affermazioni

(a)  $f$  differenziabile in  $A$  (b)  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$  in  $A$  (c)  $f$  limitata in  $B$  (d) esistono tutte le derivate direzionali in ogni punto di  $A$  (e)  $f \in C^2(A)$  (f)  $f \in C^0(A)$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : (a) (b) **B** : (a) (d) (f) **C** : (c) (d) (e) **D** : (a) (c) (d) (f) **E** : (b) (c) (d) **F** : (a) (e) (f)

10. L'integrale doppio  $\iint_Q \frac{y \log(7xy + 1)}{(7xy + 1) \log^2(y + 1)} dx dy$ , dove  $Q = [0, 1/7] \times [1, 2]$  vale

Risp.: **A** :  $\frac{1}{14}$  **B** :  $\frac{1}{7}$  **C** : 0 **D** : 1 **E** :  $e$  **F** :  $-\frac{1}{7}$

.....  
Cognome e nome

Firma

Corso di Laurea:  $\diamond$  per l'ambiente e il territorio ;  $\diamond$  dell'automazione industriale;  $\diamond$  civile;  $\diamond$  gestionale;  
 $\diamond$  dell'informazione;  $\diamond$  dei materiali;  $\diamond$  meccanica.

---

Analisi Matematica B

6 aprile 2004

Compito 1

- Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata e segnare il corso di laurea.
2. SEGNARE nelle due tabelle riportate in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +3; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

*Risposte relative ai fogli allegati.*

1.	2.	3.	4.	5.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E
F	F	F	F	F

6.	7.	8.	9.	10.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E
F	F	F	F	F