

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: ◇ AUTL; ◇ AMBL; ◇ CIVL; ◇ GESL. ◇ INFL; ◇ MATL; ◇ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e tutti i fogli di protocollo.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Calcolare il valore dell'integrale $\int_0^{\pi/4} \frac{1 + \tan^2 x}{4 + \tan^2 x} dx$.
-

Risposta [3 punti]:

2. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 4x\sqrt{y-2} \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

.....

Risposta [3 punti]:

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & \text{se } y \geq 3x^2 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Sia $P = (-3, 0)$ e sia r_α la retta per P di coefficiente angolare $\alpha \geq -1$. Determinare al variare di α il numero dei punti di discontinuità della restrizione di f su r_α .

.....

Risposta [4 punti]:

4. Data la funzione $f(x, y) = \int_0^{x^2+y^2} 2 \cos t \, dt$, determinarne i punti stazionari e classificarli.

.....
Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

-
5. Si considerino la funzione $g(x, y) = \sqrt{\frac{1}{2}y - x^2 + 1}$ e il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq 1\}$. Determinare il minimo m e il massimo M di g su D ed i punti in cui tali valori sono assunti.

.....
Risposta [Calcolo di m e punti di minimo 2 punti, calcolo di M e punti di massimo 2 punti]:

-
6. Calcolare la lunghezza della curva $\gamma : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da

$$\gamma(t) = \cosh\left(\frac{3}{2}t + \frac{3}{2}|t|\right) \vec{i} + 3 \sin t \vec{j} + 3 \cos t \vec{k}.$$

.....
Risposta [4 punti]:

-
7. Siano $\alpha \neq 0$ e $\vec{F} : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ il campo vettoriale definito da

$$\vec{F}(x, y) = \frac{y^2}{2\alpha x^2} \vec{i} + \left(\sin(2y)e^{\sin^2 y} - \frac{2y}{x} \right) \vec{j}.$$

Determinare per quale valore di α il campo \vec{F} è conservativo e calcolare, per tale valore, l'integrale $I = \int_{\gamma} \vec{F}$ dove γ è il segmento di estremi $A = (2, \pi)$ e $B = (1, 0)$ percorso da A verso B .

.....
Risposta [Determinazione di α 1 punto, calcolo di I 3 punti]:

-
8. Sia T la regione limitata del piano compresa tra le curve $y = x^2$ e $y = x^4$. Calcolare

$$6 \iint_T [e^y \sin^3 x + 2|x|] \, dx dy.$$

.....
Risposta [4 punti]:

1. Calcolare il valore dell'integrale $\int_0^{\pi/4} \frac{1 + \tan^2 x}{4 + \tan^2 x} dx$.
-

Risposta [3 punti]:

.....

2. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 4x\sqrt{y-2} \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

.....

Risposta [3 punti]:

.....

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & \text{se } y \geq 3x^2 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Sia $P = (-3, 0)$ e sia r_α la retta per P di coefficiente angolare $\alpha \geq -1$. Determinare al variare di α il numero dei punti di discontinuità della restrizione di f su r_α .

.....

Risposta [4 punti]:

.....

4. Data la funzione $f(x, y) = \int_0^{x^2+y^2} 2 \cos t \, dt$, determinarne i punti stazionari e classificarli.
-

Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

.....

5. Si considerino la funzione $g(x, y) = \sqrt{\frac{1}{2}y - x^2 + 1}$ e il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq 1\}$. Determinare il minimo m e il massimo M di g su D ed i punti in cui tali valori sono assunti.
-

Risposta [Calcolo di m e punti di minimo 2 punti, calcolo di M e punti di massimo 2 punti]:

6. Calcolare la lunghezza della curva $\gamma : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da

$$\gamma(t) = \cosh\left(\frac{3}{2}t + \frac{3}{2}|t|\right) \vec{i} + 3 \sin t \vec{j} + 3 \cos t \vec{k}.$$

.....
Risposta [4 punti]:

7. Siano $\alpha \neq 0$ e $\vec{F} : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ il campo vettoriale definito da

$$\vec{F}(x, y) = \frac{y^2}{2\alpha x^2} \vec{i} + \left(\sin(2y)e^{\sin^2 y} - \frac{2y}{x} \right) \vec{j}.$$

Determinare per quale valore di α il campo \vec{F} è conservativo e calcolare, per tale valore, l'integrale $I = \int_{\gamma} \vec{F}$ dove γ è il segmento di estremi $A = (2, \pi)$ e $B = (1, 0)$ percorso da A verso B .

.....
Risposta [Determinazione di α 1 punto, calcolo di I 3 punti]:

8. Sia T la regione limitata del piano compresa tra le curve $y = x^2$ e $y = x^4$. Calcolare

$$6 \iint_T [e^y \sin^3 x + 2|x|] \, dx dy.$$

.....
Risposta [4 punti]:
