1. L'integrale $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{3\sqrt{3}}{3\sin^2 x + \cos^2 x}\, dx$ vale

Risp.: $\boxed{A}$: 2π $\boxed{B}$: π $\boxed{C}$: $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$ $\boxed{D}$: 2 $\boxed{E}$: 3π $\boxed{F}$: $3\sqrt{3}\pi$

---

2. Sia $\tilde{y}(x)$ la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} x\,y'(x) + 3y(x) = \frac{1}{x^2} \\ y(1) = 5\,. \end{cases}$ Allora $\tilde{y}(2)$ vale

Risp.: $\boxed{A}$: $\frac{3}{4}$ $\boxed{B}$: $\frac{3}{2}$ $\boxed{C}$: $-\frac{3}{\sqrt{2}}$ $\boxed{D}$: $-\frac{5}{4}$ $\boxed{E}$: $\frac{3}{\sqrt{2}}$ $\boxed{F}$: $\frac{5}{2}$

---

3. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = \begin{cases} x + (y-x)^2 & \text{se } xy \geq 0 \\ x^2 + 2y + y^3 & \text{se } xy < 0\,. \end{cases}$

Calcolare $\dfrac{\partial f}{\partial \vec{v}}(0,0)$, dove $\vec{v} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$.

Risp.: $\boxed{A}$: $\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\boxed{B}$: $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\boxed{C}$: $\sqrt{2}$ $\boxed{D}$: $-\sqrt{2}$ $\boxed{E}$: $\frac{3}{\sqrt{2}}$ $\boxed{F}$: $-\frac{3}{\sqrt{2}}$

---

4. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = 4x^3 + 3y^2 - 12xy$. Allora per essa i punti $P_1 = (0,2)$ e $P_2 = (2,4)$ sono

Risp.: $\boxed{A}$: P_1 di massimo relativo e P_2 non stazionario $\boxed{B}$: P_1 e P_2 di minimo relativo $\boxed{C}$: P_1 non stazionario e P_2 di massimo relativo $\boxed{D}$: P_1 e P_2 di sella $\boxed{E}$: P_1 non stazionario e P_2 di minimo relativo $\boxed{F}$: P_1 di minimo relativo e P_2 di sella

---

5. Si consideri la funzione $g(x,y) = |x-y|^3$ definita su $Q = [-1,1] \times [0,2]$.
Allora, posti $M = \max\limits_{(x,y)\in Q} g(x,y)$ e $m = \min\limits_{(x,y)\in Q} g(x,y)$, si ha

Risp.: $\boxed{A}$: $M = 2$ e $m = 0$ $\boxed{B}$: $M = 3^3$ e $m = 1$ $\boxed{C}$: $M = 1$ e $m = 0$ $\boxed{D}$: $M = 1$ e $m = 1/2$ $\boxed{E}$: $M = 3^3$ e $m = 1$ $\boxed{F}$: $M = 3^3$ e $m = 0$

---

6. Sia data la curva piana di rappresentazione parametrica $\vec{r}(t) = 2\cos^2 t\,\vec{i}_1 + 2\cos t \sin t\,\vec{i}_2$, $t \in [0,\pi]$. Il suo versore tangente $\vec{T}(t)$ calcolato nel punto $t = \frac{\pi}{4}$ vale

Risp.: $\boxed{A}$: $\vec{T}(\frac{\pi}{4}) = (-1,0)$ $\boxed{B}$: $\vec{T}(\frac{\pi}{4}) = (1,0)$ $\boxed{C}$: $\vec{T}(\frac{\pi}{4}) = (0,1)$ $\boxed{D}$: $\vec{T}(\frac{\pi}{4}) = (0,-1)$ $\boxed{E}$: $\vec{T}(\frac{\pi}{4}) = (-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ $\boxed{F}$: $\vec{T}(\frac{\pi}{4}) = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$

---

7. Calcolare l'integrale curvilineo $\displaystyle\frac{1}{\sqrt{10}}\int_\Gamma \frac{(y/3)^2}{\sqrt{1-x^3}}\, ds$, dove Γ è il segmento di estremi $(0,0)$ e $(1/2, 3/2)$.

Risp.: $\boxed{A}$: $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{7}}{3\sqrt{3}}$ $\boxed{B}$: $\frac{\sqrt{10}}{2}$ $\boxed{C}$: $\frac{\sqrt{8}-\sqrt{7}}{3\sqrt{2}}$ $\boxed{D}$: $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ $\boxed{E}$: $\frac{\sqrt{8}-\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$ $\boxed{F}$: $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{7}}{2}$

---

8. Si considerino il campo vettoriale $\vec{F}(x,y)$ definito da $\displaystyle\vec{F}(x,y) = \frac{y-2x^2}{\sqrt{y-x^2}}\,\vec{i}_1 + \left(\frac{1}{y} + \frac{x}{2\sqrt{y-x^2}}\right)\vec{i}_2$

e l'integrale curvilineo $I = \displaystyle\int_\Gamma \vec{F}\cdot d\vec{r}$, dove Γ è il segmento di estremi $A = (0,1)$ e $B = (2,5)$, percorso da A verso B. Allora

Risp.: $\boxed{A}$: $\vec{F}$ non è conservativo e $I = 2 - \log 5$ $\boxed{B}$: $\vec{F}$ è conservativo e $I = 2 + \log 5$ $\boxed{C}$: $\vec{F}$ è conservativo e $I = 3 - \log 10$ $\boxed{D}$: $\vec{F}$ non è conservativo e $I = 3 + \log 2$ $\boxed{E}$: $\vec{F}$ è conservativo e $I = \log 5$ $\boxed{F}$: $\vec{F}$ non è conservativo e $I = 2 - \log 10$

---

9. Sia $\overrightarrow{F}(x,y) = F_1(x,y)\overrightarrow{i}_1 + F_2(x,y)\overrightarrow{i}_2$ un campo vettoriale definito in A aperto connesso di $\mathbf{R}^2$. Sia $\overrightarrow{F} \in C^0(A)$ e $\overrightarrow{F}$ abbia integrale curvilineo indipendente dalla traiettoria.
Allora delle seguenti affermazioni

(a) $\overrightarrow{F}$ è un gradiente in A (b) esistono $\dfrac{\partial F_1}{\partial y}$, $\dfrac{\partial F_2}{\partial x}$ in A e $\dfrac{\partial F_1}{\partial y} = \dfrac{\partial F_2}{\partial x}$ in A (c) $\displaystyle\oint_\Gamma \vec{F}\cdot d\Gamma = 0$ per ogni curva chiusa Γ regolare con sostegno in A (d) $\overrightarrow{F}$ ammette potenziale $\varphi \in C^2(A)$ (e) per ogni $P, Q \in A$ esiste $\varphi_1 : A \to \mathbf{R}$, $\varphi_1 \in C^1(A)$ tale che $\displaystyle\int_{\Gamma_1} \vec{F}\cdot d\Gamma_1 = \varphi_1(Q) - \varphi_1(P)$, per ogni curva Γ_1 regolare con sostegno in A e di estremi P e Q
(f) F_1 e F_2 sono differenziabili in A

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a c $\boxed{\text{B}}$: b d e $\boxed{\text{C}}$: a b c f $\boxed{\text{D}}$: a c e $\boxed{\text{E}}$: d f $\boxed{\text{F}}$: a d e

---

10. L'integrale doppio $\displaystyle\iint_T \left(5x^2y + 6\right)\, dxdy$, dove $T = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 :\ x^2 + y^2 \le 1,\ \ y \ge 0,\ \ y \ge -x\}$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{2\sqrt{2}+1}{7\sqrt{3}} + \frac{3}{4}\pi$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{5\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}} + \frac{5}{4}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{5\sqrt{3}+1}{7\sqrt{2}} + \frac{9}{4}\pi$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{2\sqrt{3}+1}{6\sqrt{3}} + \frac{5}{4}$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{2\sqrt{2}+1}{5\sqrt{2}} + \frac{3}{4}\pi$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{2\sqrt{2}+1}{6\sqrt{2}} + \frac{9}{4}\pi$

. . . .

Cognome e nome Firma

Corso di Laurea: ♢ per l'ambiente e il territorio ; ♢ dell'automazione industriale; ♢ civile; ♢ gestionale;

♢ dell'informazione; ♢ dei materiali; ♢ meccanica.

Analisi Matematica B 8 aprile 2005 Compito 1

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata e segnare il corso di laurea.
2. SEGNARE nelle due tabelle riportate in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta $= +3$; risposta sbagliata $= -0.5$; risposta non data $= 0$.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE questo foglio e i fogli su cui sono stati svolti gli esercizi.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Risposte relative ai fogli allegati.

1.	2.	3.	4.	5.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E
F	F	F	F	F

6.	7.	8.	9.	10.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E
F	F	F	F	F