

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

Corso di Laurea:  $\diamond$  AUTL;  $\diamond$  AMBL;  $\diamond$  CIVL;  $\diamond$  GESL;  $\diamond$  INFL;  $\diamond$  MATL;  $\diamond$  MECL;  $\diamond$  PPING

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE **il foglio A e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia  $f : ] - \infty, 0] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = e^x \sqrt{1 - e^{2x}}$ . Calcolare la primitiva  $F$  di  $f$  tale che  $F(0) = \frac{\pi}{4} + 7$ .

.....

**Risposta [4 punti]:**

2. Determinare la soluzione dell'equazione differenziale

$$y' = \frac{e^{-y}x}{x^2 - 2x + 1}$$

tale che  $y(2) = 2$ .

.....

**Risposta [3 punti]:**

3. Si consideri la funzione  $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$$

definita nel suo dominio  $A$ , e sia  $v = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ . Si determinino i punti  $P = (x_0, y_0)$  sulla bisettrice del primo e terzo quadrante tali che  $\frac{\partial f}{\partial v}(x_0, y_0) = 1$ .

.....

**Risposta [4 punti]:**

4. Determinare e classificare i punti stazionari della funzione  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = 7(y - 1)(x^2 + y^2 - 1)^2$$

e  $A = \{(x, y) : y > 0\}$

.....

**Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:**

---

5. Siano  $f$  la funzione definita da

$$f(x, y) = (x + y)^2 \ln(x + y)$$

e  $T$  il trapezio chiuso di vertici  $A = (1/\sqrt{e}, 0)$ ,  $B = (2, 0)$ ,  $C = (0, 2)$  e  $D = (0, 1/\sqrt{e})$ . Calcolare il minimo  $m$  ed il massimo  $M$  di  $f$  su  $T$  specificando in quali punti essi vengono assunti.

.....

**Risposta [Calcolo di  $m$  e punti di minimo 2 punti, calcolo di  $M$  e punti di massimo 2 punti]:**

---

6. Determinare per quali  $\alpha \geq 1$  il vettore tangente alla curva  $\gamma$  data da  $\{x = \arctan(y + 1)^\alpha : -1 \leq y \leq 3\}$  nel punto  $P_0 = (\frac{\pi}{4}, 0)$  è ortogonale al vettore  $v = (1, -2)$ .

.....

**Risposta [3 punti]:**

---

7. Calcolare l'integrale curvilineo  $\int_\gamma \vec{G}$  dove  $\vec{G} = \nabla f + 7e^x \vec{i}$  ( $f$  è il campo scalare dato nell'esercizio 3) e  $\gamma$  è la circonferenza di centro  $(0, 0)$  e raggio 1 percorsa in senso orario.

.....

**Risposta [4 punti]:**

---

8. Calcolare

$$\iint_T 2 \frac{\cos(\ln y)}{xy} dx dy$$

dove  $T$  è il trapezio di vertici  $A = (e^{\frac{\pi}{2}}, 1)$ ,  $B = (e^\pi, 1)$ ,  $C = (e^\pi, e^\pi)$  e  $D = (e^{\frac{\pi}{2}}, e^{\frac{\pi}{2}})$ .

.....

**Risposta [4 punti]:**

---