COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA/ANALISI MATEMATICA C- 13 GENNAIO 2014.

Il numero del compito è dato dalle metà del coefficiente di x nell'esercizio 5.

COMPITO 1

1. $4(e^3 - e^2)$
2. $4(2\sqrt{2} - 1)$.
3. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha > 0$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in ogni intervallo $[a, b]$; converge uniformemente in $\mathbb{R}$ per $\alpha > 7$.
4. raggio $\frac{1}{3}$; la serie converge anche in $x = -\frac{1}{3}$; converge uniformemente in $\left[-\frac{1}{3}, b\right]$ con $0 < b < \frac{1}{3}$.
5. $a_0 = \pi$, $a_n = 0$ se n è pari e ≥ 2, $a_n = -\frac{4}{n^2\pi}$ se n è dispari, $b_n = \frac{2}{n}(-1)^n$.
6. $y(t) = \frac{t}{7} \log(1 + 7 \log t)$
7. $f(t, y) = e^{y^2-3y} - 1$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 0$ e $u = 3$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ o $y_0 > 3$ soluzione u crescente; se $0 < y_0 < 3$ soluzione u decrescente.
8. Se $0 < y_0 < 3$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 3/2$), convessa per $t > t^*$; se $y_0 < 0$, la soluzione u è concava, se $y_0 > 3$, convessa. L'intervallo massimale di esistenza è illimitato a sinistra $\forall y_0 > 0$ e $u = 3$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$. L'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra $\forall y_0 < 3$ e $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$.

COMPITO 2

1. $4(e^4 - e^3)$
2. $8(2\sqrt{2} - 1)$.
3. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha > 0$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in ogni intervallo $[a, b]$; converge uniformemente in $\mathbb{R}$ per $\alpha > 6$.
4. raggio $\frac{1}{4}$; la serie converge anche in $x = -\frac{1}{4}$; converge uniformemente in $\left[-\frac{1}{4}, b\right]$ con $0 < b < \frac{1}{4}$.
5. $a_0 = 2\pi$, $a_n = 0$ se n è pari e ≥ 2, $a_n = -\frac{8}{n^2\pi}$ se n è dispari, $b_n = \frac{4}{n}(-1)^n$.
6. $y(t) = \frac{t}{6} \log(1 + 6 \log t)$
7. $f(t, y) = e^{y^2-5y} - 1$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 0$ e $u = 5$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ o $y_0 > 5$ soluzione u crescente; se $0 < y_0 < 5$ soluzione u decrescente.
8. Se $0 < y_0 < 5$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 5/2$), convessa per $t > t^*$; se $y_0 < 0$, la soluzione u è concava, se $y_0 > 5$, convessa. L'intervallo massimale di esistenza è illimitato a sinistra $\forall y_0 > 0$ e $u = 5$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$. L'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra $\forall y_0 < 5$ e $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$.

COMPITO 3

1. $4(e^5 - e^4)$
2. $12(2\sqrt{2} - 1)$.

3. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha > 0$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in ogni intervallo $[a, b]$; converge uniformemente in $\mathbb{R}$ per $\alpha > 5$.

4. raggio $\frac{1}{5}$; la serie converge anche in $x = -\frac{1}{5}$; converge uniformemente in $\left[-\frac{1}{5}, b\right]$ con $0 < b < \frac{1}{5}$.

5. $a_0 = 3\pi$, $a_n = 0$ se n è pari e ≥ 2, $a_n = -\frac{12}{n^2\pi}$ se n è dispari, $b_n = \frac{6}{n}(-1)^n$.

6. $y(t) = \frac{t}{5}\log(1 + 5\log t)$

7. $f(t, y) = e^{y^2-7y} - 1$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = 0$ e $u = 7$ soluzioni stazionarie; se $y_0 < 0$ o $y_0 > 7$ soluzione u crescente; se $0 < y_0 < 7$ soluzione u decrescente.

8. Se $0 < y_0 < 7$, la soluzione u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 7/2$), convessa per $t > t^*$; se $y_0 < 0$, la soluzione u è concava, se $y_0 > 7$, convessa. L'intervallo massimale di esistenza è illimitato a sinistra $\forall y_0 > 0$ e $u = 7$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$. L'intervallo massimale di esistenza è illimitato a destra $\forall y_0 < 7$ e $u = 0$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$.