COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA/ANALISI MATEMATICA C- 14 GENNAIO 2013.

Il numero del compito è dato dall'addendo costante al denominatore della serie nell'esercizio 4.

COMPITO 1

1. 4π

2. si applica il teorema di Stokes alle circonferenza (intersezione fra la semisfera ed il cilindro) $\Gamma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 4\,, z = \sqrt{5}\}$; risulta -2π.

3. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $I = [0, 7[$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in $[0, b]$ con $0 < b < 7$.

4. raggio $\sqrt[3]{3}$ indipendente da γ; se $\gamma > 1$, la serie converge anche in $x = \pm\sqrt[3]{3}$; se $0 < \gamma \leq 1$, si ha convergenza in $x = -\sqrt[3]{3}$, mentre per $\gamma = 0$ non converge sul bordo.

5. $a_0 = \pi - \frac{2}{\pi}$, $a_1 = -\frac{4}{\pi}$, $b_1 = \frac{5}{2}$.

6. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$. $S(2\pi) = 0$, $S(3\pi) = \pi$, $S(\frac{5}{2}\pi) = \pi$.

7. $f(t, y) = t\frac{4-y^2}{y}$ è $C^1(\mathbb{R}\times\mathbb{R}\setminus\{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = \pm 2$ soluzioni stazionarie; soluzioni pari; se $-2 < y_0 < 0$ o $y_0 > 2$ soluzione u decrescente per $t > 0$; se $y_0 < -2$ o $0 < y_0 < 2$ soluzione u crescente per $t > 0$; l'intervallo massimale di esistenza è $\mathbb{R}$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione); la soluzione ammette $y = -2$ come asintoto orizzontale se $y_0 < 0$ e $y = 2$ se $y_0 > 0$.

8. $y(t) = -\sqrt{4 - e^{-t^2}}$.

COMPITO 2

1. 7π

2. si applica il teorema di Stokes alle circonferenza (intersezione fra la semisfera ed il cilindro) $\Gamma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 9\,, z = \sqrt{7}\}$; risulta -3π.

3. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $I = [0, 6[$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in $[0, b]$ con $0 < b < 6$.

4. raggio $\sqrt[3]{5}$ indipendente da γ; se $\gamma > 1$, la serie converge anche in $x = \pm\sqrt[3]{5}$; se $0 < \gamma \leq 1$, si ha convergenza in $x = -\sqrt[3]{5}$, mentre per $\gamma = 0$ non converge sul bordo.

5. $a_0 = 2\pi - \frac{2}{\pi}$, $a_1 = -\frac{8}{\pi}$, $b_1 = \frac{9}{2}$.

6. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$. $S(2\pi) = 0$, $S(5\pi) = 2\pi$, $S(\frac{9}{2}\pi) = 2\pi$.

7. $f(t, y) = t\frac{9-y^2}{y}$ è $C^1(\mathbb{R}\times\mathbb{R}\setminus\{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = \pm 3$ soluzioni stazionarie; soluzioni pari; se $-3 < y_0 < 0$ o $y_0 > 3$ soluzione u decrescente per $t > 0$; se $y_0 < -3$ o $0 < y_0 < 3$ soluzione u crescente per $t > 0$; l'intervallo massimale di esistenza è $\mathbb{R}$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione); la soluzione ammette $y = -3$ come asintoto orizzontale se $y_0 < 0$ e $y = 3$ se $y_0 > 0$.

8. $y(t) = -\sqrt{9 - e^{-t^2}}$.

COMPITO 3

1. 10π

2. si applica il teorema di Stokes alle circonferenza (intersezione fra la semisfera ed il cilindro) $\Gamma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 16\,, z = \sqrt{9}\}$; risulta -4π.

3. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $I = [0, 5[$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in $[0, b]$ con $0 < b < 5$.

4. raggio $\sqrt[3]{7}$ indipendente da γ; se $\gamma > 1$, la serie converge anche in $x = \pm\sqrt[3]{7}$; se $0 < \gamma \leq 1$, si ha convergenza in $x = -\sqrt[3]{7}$, mentre per $\gamma = 0$ non converge sul bordo.

5. $a_0 = 3\pi - \frac{2}{\pi}$, $a_1 = -\frac{12}{\pi}$, $b_1 = \frac{13}{2}$.

6. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$. $S(2\pi) = 0$, $S(7\pi) = 3\pi$, $S(\frac{13}{2}\pi) = 3\pi$.

7. $f(t, y) = t\frac{16-y^2}{y}$ è $C^1(\mathbb{R}\times\mathbb{R}\setminus\{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = \pm 4$ soluzioni stazionarie; soluzioni pari; se $-4 < y_0 < 0$ o $y_0 > 4$ soluzione u decrescente per $t > 0$; se $y_0 < -4$ o $0 < y_0 < 4$ soluzione u crescente per $t > 0$; l'intervallo massimale di esistenza è $\mathbb{R}$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione); la soluzione ammette $y = -4$ come asintoto orizzontale se $y_0 < 0$ e $y = 4$ se $y_0 > 0$.

8. $y(t) = -\sqrt{16 - e^{-t^2}}$.

COMPITO 4

1. 13π

2. si applica il teorema di Stokes alle circonferenza (intersezione fra la semisfera ed il cilindro) $\Gamma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 25\,, z = \sqrt{11}\}$; risulta -5π.

3. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $I = [0, 4[$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in $[0, b]$ con $0 < b < 4$.

4. raggio $\sqrt[3]{9}$ indipendente da γ; se $\gamma > 1$, la serie converge anche in $x = \pm\sqrt[3]{9}$; se $0 < \gamma \leq 1$, si ha convergenza in $x = -\sqrt[3]{9}$, mentre per $\gamma = 0$ non converge sul bordo.

5. $a_0 = 4\pi - \frac{2}{\pi}$, $a_1 = -\frac{16}{\pi}$, $b_1 = \frac{17}{2}$.

6. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$. $S(2\pi) = 0$, $S(9\pi) = 4\pi$, $S(\frac{17}{2}\pi) = 4\pi$.

7. $f(t, y) = t\frac{25-y^2}{y}$ è $C^1(\mathbb{R}\times\mathbb{R}\setminus\{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = \pm 5$ soluzioni stazionarie; soluzioni pari; se $-5 < y_0 < 0$ o $y_0 > 5$ soluzione u decrescente per $t > 0$; se $y_0 < -5$ o $0 < y_0 < 5$ soluzione u crescente per $t > 0$; l'intervallo massimale di esistenza è $\mathbb{R}$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione); la soluzione ammette $y = -5$ come asintoto orizzontale se $y_0 < 0$ e $y = 5$ se $y_0 > 0$.

8. $y(t) = -\sqrt{25 - e^{-t^2}}$.

COMPITO 5

1. 16π

2. si applica il teorema di Stokes alle circonferenza (intersezione fra la semisfera ed il cilindro) $\Gamma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 36\,, z = \sqrt{13}\}$; risulta -6π.

3. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $I = [0, 3[$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in $[0, b]$ con $0 < b < 3$.

4. raggio $\sqrt[3]{11}$ indipendente da γ; se $\gamma > 1$, la serie converge anche in $x = \pm\sqrt[3]{11}$; se $0 < \gamma \le 1$, si ha convergenza in $x = -\sqrt[3]{11}$, mentre per $\gamma = 0$ non converge sul bordo.
5. $a_0 = 5\pi - \frac{2}{\pi}$, $a_1 = -\frac{20}{\pi}$, $b_1 = \frac{21}{2}$.
6. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$. $S(2\pi) = 0$, $S(11\pi) = 5\pi$, $S(\frac{21}{2}\pi) = 5\pi$.
7. $f(t,y) = t\frac{36-y^2}{y}$ è $C^1(\mathbb{R}\times\mathbb{R}\setminus\{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = \pm 6$ soluzioni stazionarie; soluzioni pari; se $-6 < y_0 < 0$ o $y_0 > 6$ soluzione u decrescente per $t > 0$; se $y_0 < -6$ o $0 < y_0 < 6$ soluzione u crescente per $t > 0$; l'intervallo massimale di esistenza è $\mathbb{R}$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione); la soluzione ammette $y = -6$ come asintoto orizzontale se $y_0 < 0$ e $y = 6$ se $y_0 > 0$.
8. $y(t) = -\sqrt{36 - e^{-t^2}}$.

COMPITO 6

1. 19π
2. si applica il teorema di Stokes alle circonferenza (intersezione fra la semisfera ed il cilindro) $\Gamma = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 49\,, z = \sqrt{15}\}$; risulta -7π.
3. $\{f_n\}$ converge puntualmente in $I = [0,2[$ a $f(x) \equiv 0$ ed uniformemente in $[0,b]$ con $0 < b < 2$.
4. raggio $\sqrt[3]{13}$ indipendente da γ; se $\gamma > 1$, la serie converge anche in $x = \pm\sqrt[3]{13}$; se $0 < \gamma \le 1$, si ha convergenza in $x = -\sqrt[3]{13}$, mentre per $\gamma = 0$ non converge sul bordo.
5. $a_0 = 6\pi - \frac{2}{\pi}$, $a_1 = -\frac{24}{\pi}$, $b_1 = \frac{25}{2}$.
6. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$. $S(2\pi) = 0$, $S(13\pi) = 6\pi$, $S(\frac{25}{2}\pi) = 6\pi$.
7. $f(t,y) = t\frac{49-y^2}{y}$ è $C^1(\mathbb{R}\times\mathbb{R}\setminus\{0\})$ quindi esistenza ed unicità locali; $u = \pm 7$ soluzioni stazionarie; soluzioni pari; se $-7 < y_0 < 0$ o $y_0 > 7$ soluzione u decrescente per $t > 0$; se $y_0 < -7$ o $0 < y_0 < 7$ soluzione u crescente per $t > 0$; l'intervallo massimale di esistenza è $\mathbb{R}$ (vale la stima di sublinearità sulla soluzione); la soluzione ammette $y = -7$ come asintoto orizzontale se $y_0 < 0$ e $y = 7$ se $y_0 > 0$.
8. $y(t) = -\sqrt{49 - e^{-t^2}}$.
