COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA/ANALISI MATEMATICA C- 16 APRILE 2014.

Il numero del compito è dato dall'intero sottratto ad α nell'esercizio 3.

COMPITO 1

1. $-\frac{1}{2}\pi$
2. $\frac{\pi}{9}(3^{3/2}-1)$
3. Per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ $\{f_n\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ a $f(x) \equiv 0$. Per $\alpha < 1$ converge anche uniformemente in $\mathbb{R}$; se $\alpha \geq 1$ converge uniformemente in ogni intervallo $]-\infty, b]$ con $b > 0$.
4. raggio 1 se $\beta = 1$ (e converge anche sul bordo), ∞ se $\beta > 1$, 0 se $\beta < 1$. $S(x) = x^7(x \arctan x - \frac{1}{2}\log(1+x^2) - \frac{x^2}{2})$
5. $a_0 = -3$, $a_1 = -4$, $b_1 = 0$.
6. Converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è C^1; $S(4\pi) = 0$, $S(3\pi) = 0$, $4S(\frac{\pi}{4}) = 3$.
7. $y(t) = \frac{2}{t(14-\log^2 t)}$
8. $f(t,y) = \log(y^2 + \frac{1}{2})$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità locali e globali; $u = \pm 1/\sqrt{2}$ soluzioni stazionarie. Se $y_0 < -1/\sqrt{2}$ o $y_0 > 1/\sqrt{2}$ soluzione u crescente; se $-1/\sqrt{2} < y_0 < 1/\sqrt{2}$, soluzione u decrescente. Se $y_0 < -1/\sqrt{2}$, la soluzione u è concava; $y_0 > 1/\sqrt{2}$ la soluzione u è convessa; se $-1/\sqrt{2} < y_0 < 1/\sqrt{2}$, u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 0$), convessa per $t > t^*$. Per $y_0 < -1/\sqrt{2}$, $u = -1/\sqrt{2}$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$ e $\lim_{t\to-\infty} u(t) = -\infty$; per $y_0 > 1/\sqrt{2}$, $u = 1/\sqrt{2}$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$ e $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$; per $-1/\sqrt{2} < y_0 < 1/\sqrt{2}$, $u = -1/\sqrt{2}$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$; $u = 1/\sqrt{2}$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$.

COMPITO 2

1. $-\frac{3}{4}\pi$
2. $\frac{\pi}{9}(4^{3/2}-1)$
3. Per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ $\{f_n\}$ converge puntualmente in $\mathbb{R}$ a $f(x) \equiv 0$. Per $\alpha < 2$ converge anche uniformemente in $\mathbb{R}$; se $\alpha \geq 2$ converge uniformemente in ogni intervallo $]-\infty, b]$ con $b > 0$.
4. raggio 1 se $\beta = 2$ (e converge anche sul bordo), ∞ se $\beta > 2$, 0 se $\beta < 2$. $S(x) = x^6(x \arctan x - \frac{1}{2}\log(1+x^2) - \frac{x^2}{2})$
5. $a_0 = -6$, $a_1 = -8$, $b_1 = 0$.
6. Converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è C^1; $S(8\pi) = 0$, $S(5\pi) = 0$, $4S(\frac{\pi}{4}) = 6$.
7. $y(t) = \frac{2}{t(12-\log^2 t)}$
8. $f(t,y) = \log(y^2 + \frac{2}{3})$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ e sublineare, quindi esistenza ed unicità locali e globali; $u = \pm 1/\sqrt{3}$ soluzioni stazionarie. Se $y_0 < -1/\sqrt{3}$ o $y_0 > 1/\sqrt{3}$ soluzione u crescente; se $-1/\sqrt{3} < y_0 < 1/\sqrt{3}$, soluzione u decrescente. Se $y_0 < -1/\sqrt{3}$, la soluzione u è concava; $y_0 > 1/\sqrt{3}$ la soluzione u è convessa; se $-1/\sqrt{3} < y_0 < 1/\sqrt{3}$, u è concava per $t < t^*$ (con $u(t^*) = 0$), convessa per $t > t^*$. Per $y_0 < -1/\sqrt{3}$, $u = -1/\sqrt{3}$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$ e $\lim_{t\to-\infty} u(t) = -\infty$; per $y_0 > 1/\sqrt{3}$, $u = 1/\sqrt{3}$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$ e $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$; per $-1/\sqrt{3} < y_0 < 1/\sqrt{3}$, $u = -1/\sqrt{3}$ è asintoto orizzontale per $t \to -\infty$; $u = 1/\sqrt{3}$ è asintoto orizzontale per $t \to +\infty$.
