COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA/ANALISI MATEMATICA C- 16 GENNAIO 2012.

Il numero del compito è dato dal centro della serie di potenze nell'esercizio 4.

COMPITO 1

1. $\frac{2}{3}\pi\left(1-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$
2. 1/3
3. converge puntualmente a $f(x) = 0$ se $-7 < x < 7$, $f(7) = 1/98$, diverge se $x > 7$, oscilla se $x \leq -7$. C'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[-a, a]$ con $0 < a < 7$. Poiché la convergenza è uniforme in $[0, 6]$, $l_1 = 0$, mentre $l_2 = 0$ integrando direttamente.
4. Raggio $7^{-\alpha}$, sul bordo non converge. Usando, ad esempio, il teorema di derivazione per serie la somma è $-1 + 1/[1 + 7(x-1)]^2$.
5. $a_0 = 3$, $a_1 = \frac{6}{\pi}$, $b_1 = \frac{8}{\pi}$, $a_2 = 0$.
6. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è continua a tratti. $S(2\pi) = 3$, $S(\frac{5}{2}\pi) = \frac{3}{2}$, $S(3\pi) = 0$.
7. $t\log\left(1+\frac{y^2-4}{y^2+9}\right)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ ed è sublineare, quindi esistenza ed unicità in tutto $\mathbb{R}$. Soluzioni stazionarie $u(t) = \pm 2$. La soluzione è pari. Se $|y_0| > 2$ soluzione u crescente in $]0, +\infty[$, decrescente in $]-\infty, 0[$, $t = 0$ punto di minimo assoluto. Se $-2 < y_0 < 2$ soluzione u crescente in $]-\infty, 0[$, decrescente $]0, +\infty[$, $t = 0$ punto di massimo assoluto. Asintoto orizzontale (per $t \to \pm\infty$) $u = -2$ se $y_0 < 2$. Se $y_0 > 2$ $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = +\infty$ e non ci sono asintoti obliqui.
8. $y(x) = 2\left(\log x + \frac{1}{x}\right) + 1$.

COMPITO 2

1. $\frac{2}{3}\pi\left(1-\sqrt{\frac{3}{4}}\right)$
2. 1/5
3. converge puntualmente a $f(x) = 0$ se $-6 < x < 6$, $f(6) = 1/72$, diverge se $x > 6$, oscilla se $x \leq -6$. C'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[-a, a]$ con $0 < a < 6$. Poiché la convergenza è uniforme in $[0, 5]$, $l_1 = 0$, mentre $l_2 = 0$ integrando direttamente.
4. Raggio $6^{-\alpha}$, sul bordo non converge. Usando, ad esempio, il teorema di derivazione per serie la somma è $-1 + 1/[1 + 6(x-2)]^2$.
5. $a_0 = 5$, $a_1 = \frac{10}{\pi}$, $b_1 = \frac{16}{\pi}$, $a_2 = 0$.
6. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è continua a tratti. $S(4\pi) = 5$, $S(\frac{9}{2}\pi) = \frac{5}{2}$, $S(5\pi) = 0$.
7. $t\log\left(1+\frac{y^2-9}{y^2+16}\right)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ ed è sublineare, quindi esistenza ed unicità in tutto $\mathbb{R}$. Soluzioni stazionarie $u(t) = \pm 3$. La soluzione è pari. Se $|y_0| > 3$ soluzione u crescente in $]0, +\infty[$, decrescente in $]-\infty, 0[$, $t = 0$ punto di minimo assoluto. Se $-3 < y_0 < 3$ soluzione u crescente in $]-\infty, 0[$, decrescente $]0, +\infty[$, $t = 0$ punto di massimo assoluto. Asintoto orizzontale (per $t \to \pm\infty$) $u = -3$ se $y_0 < 3$. Se $y_0 > 3$ $\lim_{t\to\pm\infty} u(t) = +\infty$ e non ci sono asintoti obliqui.
8. $y(x) = 3\left(\log x + \frac{1}{x}\right) + 1$.

COMPITO 3

1. $\frac{2}{3}\pi\left(1-\sqrt{\frac{4}{5}}\right)$

2. $1/7$

3. converge puntualmente a $f(x)=0$ se $-5<x<5$, $f(5)=1/50$, diverge se $x>5$, oscilla se $x\leq -5$. C'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[-a,a]$ con $0<a<5$. Poiché la convergenza è uniforme in $[0,4]$, $l_1=0$, mentre $l_2=0$ integrando direttamente.

4. Raggio $5^{-\alpha}$, sul bordo non converge. Usando, ad esempio, il teorema di derivazione per serie la somma è $-1+1/[1+5(x-3)]^2$.

5. $a_0=7$, $a_1=\frac{14}{\pi}$, $b_1=\frac{24}{\pi}$, $a_2=0$.

6. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è continua a tratti. $S(6\pi)=7$, $S(\frac{13}{2}\pi)=\frac{7}{2}$, $S(7\pi)=0$.

7. $t\log\left(1+\frac{y^2-16}{y^2+25}\right)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ ed è sublineare, quindi esistenza ed unicità in tutto $\mathbb{R}$. Soluzioni stazionarie $u(t)=\pm 4$. La soluzione è pari. Se $|y_0|>4$ soluzione u crescente in $]0,+\infty[$, decrescente in $]-\infty,0[$, $t=0$ punto di minimo assoluto. Se $-4<y_0<4$ soluzione u crescente in $]-\infty,0[$, decrescente $]0,+\infty[$, $t=0$ punto di massimo assoluto. Asintoto orizzontale (per $t\to\pm\infty$) $u=-4$ se $y_0<4$. Se $y_0>4$ $\lim_{t\to\pm\infty}u(t)=+\infty$ e non ci sono asintoti obliqui.

8. $y(x)=4\left(\log x+\frac{1}{x}\right)+1$.

COMPITO 4

1. $\frac{2}{3}\pi\left(1-\sqrt{\frac{5}{6}}\right)$

2. $1/9$

3. converge puntualmente a $f(x)=0$ se $-4<x<4$, $f(4)=1/32$, diverge se $x>4$, oscilla se $x\leq -4$. C'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[-a,a]$ con $0<a<4$. Poiché la convergenza è uniforme in $[0,3]$, $l_1=0$, mentre $l_2=0$ integrando direttamente.

4. Raggio $4^{-\alpha}$, sul bordo non converge. Usando, ad esempio, il teorema di derivazione per serie la somma è $-1+1/[1+4(x-4)]^2$.

5. $a_0=9$, $a_1=\frac{18}{\pi}$, $b_1=\frac{32}{\pi}$, $a_2=0$.

6. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è continua a tratti. $S(8\pi)=9$, $S(\frac{17}{2}\pi)=\frac{9}{2}$, $S(9\pi)=0$.

7. $t\log\left(1+\frac{y^2-25}{y^2+36}\right)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ ed è sublineare, quindi esistenza ed unicità in tutto $\mathbb{R}$. Soluzioni stazionarie $u(t)=\pm 5$. La soluzione è pari. Se $|y_0|>5$ soluzione u crescente in $]0,+\infty[$, decrescente in $]-\infty,0[$, $t=0$ punto di minimo assoluto. Se $-5<y_0<5$ soluzione u crescente in $]-\infty,0[$, decrescente $]0,+\infty[$, $t=0$ punto di massimo assoluto. Asintoto orizzontale (per $t\to\pm\infty$) $u=-5$ se $y_0<5$. Se $y_0>5$ $\lim_{t\to\pm\infty}u(t)=+\infty$ e non ci sono asintoti obliqui.

8. $y(x)=5\left(\log x+\frac{1}{x}\right)+1$.

COMPITO 5

1. $\frac{2}{3}\pi\left(1-\sqrt{\frac{6}{7}}\right)$

2. 1/11

3. converge puntualmente a $f(x)=0$ se $-3<x<3$, $f(3)=1/18$, diverge se $x>3$, oscilla se $x\leq -3$. C'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[-a,a]$ con $0<a<3$. Poiché la convergenza è uniforme in $[0,2]$, $l_1=0$, mentre $l_2=0$ integrando direttamente.

4. Raggio $3^{-\alpha}$, sul bordo non converge. Usando, ad esempio, il teorema di derivazione per serie la somma è $-1+1/[1+3(x-5)]^2$.

5. $a_0=11$, $a_1=\frac{22}{\pi}$, $b_1=\frac{40}{\pi}$, $a_2=0$.

6. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è continua a tratti. $S(10\pi)=11$, $S(\frac{21}{2}\pi)=\frac{11}{2}$, $S(11\pi)=0$.

7. $t\log\left(1+\frac{y^2-36}{y^2+49}\right)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ ed è sublineare, quindi esistenza ed unicità in tutto $\mathbb{R}$. Soluzioni stazionarie $u(t)=\pm 6$. La soluzione è pari. Se $|y_0|>6$ soluzione u crescente in $]0,+\infty[$, decrescente in $]-\infty,0[$, $t=0$ punto di minimo assoluto. Se $-6<y_0<6$ soluzione u crescente in $]-\infty,0[$, decrescente $]0,+\infty[$, $t=0$ punto di massimo assoluto. Asintoto orizzontale (per $t\to\pm\infty$) $u=-6$ se $y_0<6$. Se $y_0>6$ $\lim_{t\to\pm\infty}u(t)=+\infty$ e non ci sono asintoti obliqui.

8. $y(x)=6\left(\log x+\frac{1}{x}\right)+1$.

COMPITO 6

1. $\frac{2}{3}\pi\left(1-\sqrt{\frac{7}{8}}\right)$

2. 1/13

3. converge puntualmente a $f(x)=0$ se $-2<x<2$, $f(2)=1/8$, diverge se $x>2$, oscilla se $x\leq -2$. C'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[-a,a]$ con $0<a<2$. Poiché la convergenza è uniforme in $[0,1]$, $l_1=0$, mentre $l_2=0$ integrando direttamente.

4. Raggio $2^{-\alpha}$, sul bordo non converge. Usando, ad esempio, il teorema di derivazione per serie la somma è $-1+1/[1+2(x-6)]^2$.

5. $a_0=13$, $a_1=\frac{26}{\pi}$, $b_1=\frac{48}{\pi}$, $a_2=0$.

6. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$ perché f è continua a tratti. $S(12\pi)=13$, $S(\frac{25}{2}\pi)=\frac{13}{2}$, $S(13\pi)=0$.

7. $t\log\left(1+\frac{y^2-49}{y^2+64}\right)$ è $C^1(\mathbb{R}^2)$ ed è sublineare, quindi esistenza ed unicità in tutto $\mathbb{R}$. Soluzioni stazionarie $u(t)=\pm 7$. La soluzione è pari. Se $|y_0|>7$ soluzione u crescente in $]0,+\infty[$, decrescente in $]-\infty,0[$, $t=0$ punto di minimo assoluto. Se $-7<y_0<7$ soluzione u crescente in $]-\infty,0[$, decrescente $]0,+\infty[$, $t=0$ punto di massimo assoluto. Asintoto orizzontale (per $t\to\pm\infty$) $u=-7$ se $y_0<7$. Se $y_0>7$ $\lim_{t\to\pm\infty}u(t)=+\infty$ e non ci sono asintoti obliqui.

8. $y(x)=7\left(\log x+\frac{1}{x}\right)+1$.
