COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA/ANALISI MATEMATICA C- 28 giugno 2011.

Il numero del compito è dato dall'intero che maggiora $x+y$ nella definizione di S dell'esercizio 2 diminuito di 1.

COMPITO 1

1. $\frac{\pi}{28}$
2. $\frac{7}{6}$
3. converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $[0,+\infty[$ a $f(x)=-1$ se $0 \le x < 1$ $f(1)=-\frac{1}{3}$ $f(x)=1$ se $x>1$; c'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[0,b]$ con $0<b<1$, $[a,+\infty[$ con $a>1$.
4. raggio $\frac{1}{7}$ indipendente da α, converge anche in $\frac{6}{7}$ se $\alpha>1$, in $\frac{8}{7}$ se $\alpha>0$. Somma $\log(1+7(x-1))-7(x-1)$.
5. $a_0 = 14\pi$, $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{Z}^+$, $b_n = (-1)^{n+1}\frac{14}{n}$.
6. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$ perché è continua a tratti. $S(2\pi)=7\pi$, $S(3\pi)=7\pi$, $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{4}{n^2}=\frac{2}{3}\pi^2$.
7. $y(t)=\frac{1}{7}\tan(7t+\frac{\pi}{4})-t$.
8. $t^3(e^{\sin y}-1)$ è $C^1(\mathbb{R}\times\mathbb{R})$ e sublineare rispetto ad y, perché limitata, quindi esistenza ed unicità globali; $u(t)\equiv k\pi$ $k\in\mathbb{Z}$ soluzioni stazionarie. Le soluzioni sono pari. Se $0<y_0<\pi$ soluzione u crescente per $t>0$; $\pi<y_0<2\pi$ soluzione u crescente per $t<0$; $y=\pi$ asintoto orizzontale per $t\to\pm\infty$.

COMPITO 2

1. $\frac{\pi}{24}$
2. 3/2
3. converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $[0,+\infty[$ a $f(x)=-1$ se $0 \le x < 1$ $f(1)=-1/2$ $f(x)=1$ se $x>1$; c'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[0,b]$ con $0<b<1$, $[a,+\infty[$ con $a>1$.
4. raggio $\frac{1}{6}$ indipendente da α, converge anche in $\frac{5}{6}$ se $\alpha>1$, in $\frac{7}{6}$ se $\alpha>0$. Somma $\log(1+6(x-1))-6(x-1)$.
5. $a_0 = 12\pi$, $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{Z}^+$, $b_n = (-1)^{n+1}\frac{12}{n}$.
6. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$ perché è continua a tratti. $S(4\pi)=6\pi$, $S(5\pi)=6\pi$, $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{4}{n^2}=\frac{2}{3}\pi^2$.
7. $y(t)=\frac{1}{6}\tan(6t+\frac{\pi}{4})-t$.
8. $t^5(e^{\sin y}-1)$ è $C^1(\mathbb{R}\times\mathbb{R})$ e sublineare rispetto ad y, perché limitata, quindi esistenza ed unicità globali; $u(t)\equiv k\pi$ $k\in\mathbb{Z}$ soluzioni stazionarie. Le soluzioni sono pari. Se $0<y_0<\pi$ soluzione u crescente per $t>0$; $\pi<y_0<2\pi$ soluzione u crescente per $t<0$; $y=\pi$ asintoto orizzontale per $t\to\pm\infty$.

COMPITO 3

1. $\frac{\pi}{20}$
2. $\frac{11}{6}$
3. converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $[0,+\infty[$ a $f(x) = -1$ se $0 \leq x < 1$ $f(1) = -\frac{3}{5}$ $f(x) = 1$ se $x > 1$; c'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[0, b]$ con $0 < b < 1$, $[a, +\infty[$ con $a > 1$.
4. raggio $\frac{1}{5}$ indipendente da α, converge anche in $\frac{4}{5}$ se $\alpha > 1$, in $\frac{6}{5}$ se $\alpha > 0$. Somma $\log(1+5(x-1)) - 5(x-1)$.
5. $a_0 = 10\pi$, $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{Z}^+$, $b_n = (-1)^{n+1}\frac{10}{n}$.
6. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$ perché è continua a tratti. $S(6\pi) = 5\pi$, $S(7\pi) = 5\pi$, $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4}{n^2} = \frac{2}{3}\pi^2$.
7. $y(t) = \frac{1}{5}\tan(5t + \frac{\pi}{4}) - t$.
8. $t^7(e^{\sin y} - 1)$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R})$ e sublineare rispetto ad y, perché limitata, quindi esistenza ed unicità globali; $u(t) \equiv k\pi$ $k \in \mathbb{Z}$ soluzioni stazionarie. Le soluzioni sono pari. Se $0 < y_0 < \pi$ soluzione u crescente per $t > 0$; $\pi < y_0 < 2\pi$ soluzione u crescente per $t < 0$; $y = \pi$ asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$.

COMPITO 4

1. $\frac{\pi}{16}$
2. $\frac{13}{6}$
3. converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $[0,+\infty[$ a $f(x) = -1$ se $0 \leq x < 1$ $f(1) = -2/3$ $f(x) = 1$ se $x > 1$; c'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[0, b]$ con $0 < b < 1$, $[a, +\infty[$ con $a > 1$.
4. raggio $\frac{1}{4}$ indipendente da α, converge anche in $\frac{3}{4}$ se $\alpha > 1$, in $\frac{5}{4}$ se $\alpha > 0$. Somma $\log(1+4(x-1)) - 4(x-1)$.
5. $a_0 = 8\pi$, $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{Z}^+$, $b_n = (-1)^{n+1}\frac{8}{n}$.
6. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$ perché è continua a tratti. $S(8\pi) = 4\pi$, $S(9\pi) = 4\pi$, $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4}{n^2} = \frac{2}{3}\pi^2$.
7. $y(t) = \frac{1}{4}\tan(4t + \frac{\pi}{4}) - t$.
8. $t^9(e^{\sin y} - 1)$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R})$ e sublineare rispetto ad y, perché limitata, quindi esistenza ed unicità globali; $u(t) \equiv k\pi$ $k \in \mathbb{Z}$ soluzioni stazionarie. Le soluzioni sono pari. Se $0 < y_0 < \pi$ soluzione u crescente per $t > 0$; $\pi < y_0 < 2\pi$ soluzione u crescente per $t < 0$; $y = \pi$ asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$.

COMPITO 5

1. $\frac{\pi}{12}$
2. $5/2$
3. converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $[0,+\infty[$ a $f(x) = -1$ se $0 \leq x < 1$ $f(1) = -\frac{5}{7}$ $f(x) = 1$ se $x > 1$; c'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[0, b]$ con $0 < b < 1$, $[a, +\infty[$ con $a > 1$.

4. raggio $\frac{1}{3}$ indipendente da α, converge anche in $\frac{2}{3}$ se $\alpha > 1$, in $\frac{4}{3}$ se $\alpha > 0$. Somma $\log(1+3(x-1)) - 3(x-1)$.

5. $a_0 = 6\pi$, $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{Z}^+$, $b_n = (-1)^{n+1}\frac{6}{n}$.

6. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$ perché è continua a tratti. $S(10\pi) = 3\pi$, $S(11\pi) = 3\pi$, $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4}{n^2} = \frac{2}{3}\pi^2$.

7. $y(t) = \frac{1}{3}\tan(3t + \frac{\pi}{4}) - t$.

8. $t^{11}(e^{\sin y} - 1)$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R})$ e sublineare rispetto ad y, perché limitata, quindi esistenza ed unicità globali; $u(t) \equiv k\pi$ $k \in \mathbb{Z}$ soluzioni stazionarie. Le soluzioni sono pari. Se $0 < y_0 < \pi$ soluzione u crescente per $t > 0$; $\pi < y_0 < 2\pi$ soluzione u crescente per $t < 0$; $y = \pi$ asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$.

COMPITO 6

1. $\frac{\pi}{8}$

2. $\frac{17}{6}$

3. converge puntualmente (ma non uniformemente) in tutto $[0, +\infty[$ a $f(x) = -1$ se $0 \leq x < 1$ $f(1) = -3/4$ $f(x) = 1$ se $x > 1$; c'è convergenza uniforme solo nei sottoinsiemi del tipo $[0, b]$ con $0 < b < 1$, $[a, +\infty[$ con $a > 1$.

4. raggio $\frac{1}{2}$ indipendente da α, converge anche in $\frac{1}{2}$ se $\alpha > 1$, in $\frac{3}{2}$ se $\alpha > 0$. Somma $\log(1+2(x-1)) - 2(x-1)$.

5. $a_0 = 4\pi$, $a_n = 0$ per ogni $n \in \mathbb{Z}^+$, $b_n = (-1)^{n+1}\frac{4}{n}$.

6. Non converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$ perché è discontinua; converge puntualmente in tutto $\mathbb{R}$ perché è continua a tratti. $S(12\pi) = 2\pi$, $S(13\pi) = 2\pi$, $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4}{n^2} = \frac{2}{3}\pi^2$.

7. $y(t) = \frac{1}{2}\tan(2t + \frac{\pi}{4}) - t$.

8. $t^{13}(e^{\sin y} - 1)$ è $C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R})$ e sublineare rispetto ad y, perché limitata, quindi esistenza ed unicità globali; $u(t) \equiv k\pi$ $k \in \mathbb{Z}$ soluzioni stazionarie. Le soluzioni sono pari. Se $0 < y_0 < \pi$ soluzione u crescente per $t > 0$; $\pi < y_0 < 2\pi$ soluzione u crescente per $t < 0$; $y = \pi$ asintoto orizzontale per $t \to \pm\infty$.
