

Cognome e nome ..... Firma..... Matricola.....

Corso di Laurea:  $\diamond$  INFLT,  $\diamond$  ETELT,  $\diamond$  MECLT,  $\diamond$  AUTLT,  $\diamond$  MATLT,  $\diamond$  MECMLT

#### Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt{|e^{x-2} - 3|} - 2x.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$ .

**Risposta [punti 0.5]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 1.5]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 2.5]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo per  $f$ . Stabilire se  $f$  è limitata superiormente e/o inferiormente.

**Risposta [punti 3.5]:**

Senza calcolare la derivata seconda di  $f$ , dire se  $f$  ammette eventuali punti di flesso e localizzarli.

**Risposta [punti 1]:**

2. Determinare l'insieme degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\begin{cases} (|z| + \operatorname{Re}z)^2(\operatorname{Im}z - 3\operatorname{Re}z + 4) \geq 0, \\ |z - \frac{4}{3}| \leq 1. \end{cases}$$

**Risposta [punti 3]:**

3. Calcolare al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) (n+1)^\alpha \left(\sqrt{n+e^{1/n^7}} - \sqrt{n+1}\right)$$

**Risposta [punti 4]:**

---

4. Stabilire per quali  $\beta \in \mathbb{R}$  la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{|\beta-7|} \sin\left(\sqrt{n^4+1} - n^2\right)$$

è convergente.

**Risposta [punti 4]:**

---

5. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos(x^2\sqrt{2})) - x \sin x + x^2}{\frac{x^4}{6}}.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

6. Calcolare l'integrale indefinito di

$$f(x) = \frac{x+1}{x^3-x^2}$$

nell'intervallo  $]1, +\infty[$ .

**Risposta [punti 3]:**

---

7. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} (x^2+1)y' + 2xy = \sin^2(7x), \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

**Risposta [punti 4]:**

---

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt{|e^{x-2} - 3|} - 2x.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$ .

**Risposta [punti 0.5]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 1.5]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 2.5]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo per  $f$ . Stabilire se  $f$  è limitata superiormente e/o inferiormente.

**Risposta [punti 3.5]:**

Senza calcolare la derivata seconda di  $f$ , dire se  $f$  ammette eventuali punti di flesso e localizzarli.

**Risposta [punti 1]:**

---

2. Determinare l'insieme degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\begin{cases} (|z| + \operatorname{Re}z)^2 (\operatorname{Im}z - 3\operatorname{Re}z + 4) \geq 0, \\ \left| z - \frac{4}{3} \right| \leq 1. \end{cases}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Calcolare al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) (n+1)^\alpha \left(\sqrt{n + e^{1/n^7}} - \sqrt{n+1}\right)$$

**Risposta [punti 4]:**

---

4. Stabilire per quali  $\beta \in \mathbb{R}$  la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{|\beta-7|} \sin(\sqrt{n^4+1} - n^2)$$

è convergente.

**Risposta [punti 4]:**

---

5. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos(x^2\sqrt{2})) - x \sin x + x^2}{\frac{x^4}{6}}.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

6. Calcolare l'integrale indefinito di

$$f(x) = \frac{x+1}{x^3 - x^2}$$

nell'intervallo  $]1, +\infty[$ .

**Risposta [punti 3]:**

---

7. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} (x^2 + 1)y' + 2xy = \sin^2(7x), \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

**Risposta [punti 4]:**

---