Analisi Matematica I | 10 luglio 2018 | FOGLIO A

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Firma ....

Corso di Laurea: $\Diamond$ AUTLT, $\Diamond$ MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \log|e^x - 3| - |x|\,.$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 0.5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2.5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la derivata seconda di f, studiare concavità e convessità e determinare i punti di flesso.
Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.
Risposta [punti 1]:

---

2. Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$z^2 - 4i\bar{z} + 6\mathrm{Im}z = -e^{11\pi i}\,.$$

Risposta [punti 3]:

---

3. Sia $\alpha > 0$. Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{(\alpha n)^n + \sin(\alpha e^n + n!)}{(3n)^{n+1} - \alpha n!}$

Risposta [punti 3]:

---

4. Discutere, al variare di $\beta \in [2,4]$, la convergenza assoluta e semplice della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{(\beta-3)^{2n+1}}{2n+1}\,.$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{e^{2x} - \cos^2 x - 2x}{3(\log(1+3x) - \sin(3x))}\,.$

Risposta [punti 3]:

---

6. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 \log|x+1| & \text{se } x < -1 \\ 0 & \text{se } -1 \le x \le 0 \\ x^{\alpha-7} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ discutere la continuità di f e classificare eventuali discontinuità.

Risposta [punti 3]:

---

7. Calcolare l'integrale definito $\displaystyle\int_3^5 \frac{1}{(x-2)\sqrt{x-1}}\,dx\,.$

Risposta [punti 3]:

---

8. Determinare la soluzione $y = y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{y}{1+x^2} = xe^{x-\arctan x} \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \log |e^x - 3| - |x| \,.$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 0.5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2.5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la derivata seconda di f, studiare concavità e convessità e determinare i punti di flesso.
Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.
Risposta [punti 1]:

---

2. Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$z^2 - 4i\bar{z} + 6\mathrm{Im}z = -e^{11\pi i} \,.$$

Risposta [punti 3]:

---

3. Sia $\alpha > 0$. Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{(\alpha n)^n + \sin(\alpha e^n + n!)}{(3n)^{n+1} - \alpha n!}$

Risposta [punti 3]:

---

4. Discutere, al variare di $\beta \in [2,4]$, la convergenza assoluta e semplice della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{(\beta-3)^{2n+1}}{2n+1} \,.$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{x\to0^+} \frac{e^{2x} - \cos^2 x - 2x}{3(\log(1+3x) - \sin(3x))}$.

Risposta [punti 3]:

---

6. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 \log|x+1| & \text{se } x < -1 \\ 0 & \text{se } -1 \le x \le 0 \\ x^{\alpha-7} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ discutere la continuità di f e classificare eventuali discontinuità.

Risposta [punti 3]:

---

7. Calcolare l'integrale definito $\displaystyle\int_3^5 \frac{1}{(x-2)\sqrt{x-1}}\,dx$.

Risposta [punti 3]:

---

8. Determinare la soluzione $y = y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{y}{1+x^2} = xe^{x-\arctan x} \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:
