Cognome e nome ....Firma......................Matricola......................

Corso di Laurea: ♢ AUTLT, ♢ MATLT, ♢ MECLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = x \exp\left(\frac{x+2}{x-2}\right)$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2.5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 1.5]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.

Risposta [punti 1.5]:

In base al valore di $\lim_{x\to 2^-} f'(x)$, senza calcolare la derivata seconda di f, dire se f ammette eventuali punti di flesso per f nell'intervallo sinistro di $x = 2$ e localizzarli.
Risposta [punti 1.5]:

---

2. Determinare il luogo geometrico

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} : Re\left(\frac{z+i}{z-i}\right) < 0 \text{ e } Im(z+iz) \geq 0 \right\}$$

Risposta [punti 3.5]:

---

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{[(n+3)! - n!]e^{n\sin(2/n^2)}}{(e^{1/n}+1)(n^3-1)(n! - \log n)}$$

Risposta [punti 3]:

---

4. Determinare il carattere della serie numerica al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{3n}}{(n!)^\alpha e^n}$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{4\log\left(\frac{\sin(x^2)}{x^2}\right)}{1 - 2x^2 - \cos(2x)}$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Calcolare l'integrale indefinito $\displaystyle\int 3\frac{\arctan x}{x^2}dx$

Risposta [punti 3]:

e quindi utilizzare la primitiva trovata per calcolare l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} 3\frac{\arctan x}{x^2}dx$$

Risposta [punti 2.5]:

---

7. Determinare la soluzione $y(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = 2x^2 \\ y(0) = 12 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Risposta [punti 4]:

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = x \exp\left(\frac{x+2}{x-2}\right)$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2.5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 1.5]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.

Risposta [punti 1.5]:

In base al valore di $\lim_{x\to 2^-} f'(x)$, senza calcolare la derivata seconda di f, dire se f ammette eventuali punti di flesso per f nell'intervallo sinistro di $x = 2$ e localizzarli.
Risposta [punti 1.5]:

---

2. Determinare il luogo geometrico

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} : Re\left(\frac{z+i}{z-i}\right) < 0 \text{ e } Im(z+iz) \geq 0 \right\}$$

Risposta [punti 3.5]:

---

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{[(n+3)! - n!]e^{n\sin(2/n^2)}}{(e^{1/n}+1)(n^3-1)(n! - \log n)}$$

Risposta [punti 3]:

---

4. Determinare il carattere della serie numerica al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{3n}}{(n!)^\alpha e^n}$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{4\log\left(\frac{\sin(x^2)}{x^2}\right)}{1 - 2x^2 - \cos(2x)}$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Calcolare l'integrale indefinito $\int 3\frac{\arctan x}{x^2}\,dx$

Risposta [punti 3]:

e quindi utilizzare la primitiva trovata per calcolare l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} 3\frac{\arctan x}{x^2}\,dx$$

Risposta [punti 2.5]:

---

7. Determinare la soluzione $y(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = 2x^2 \\ y(0) = 12 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Risposta [punti 4]:
