

Cognome e nome ..... Firma..... Matricola.....

Corso di Laurea:  $\diamond$  INFLT,  $\diamond$  ETELT,  $\diamond$  AUTLT,  $\diamond$  MECLT,  $\diamond$  MATLT,  $\diamond$  MECMLT

### Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{5 \log x}{1 + \log^2 x} + 3 \arctan(\log x).$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1,5]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 1,5]:**

Senza calcolare la derivata seconda di  $f$ , dire se  $f$  ammette eventuali punti di flesso e localizzarli.

**Risposta [punti 2]:**

2. Determinare le soluzioni in campo complesso del sistema

$$\begin{cases} z^3 + \overline{73i} = 0, \\ |z - |z|^2 + z\bar{z} + 8| \leq \left| \frac{8}{i} e^{2\pi i} \right|. \end{cases}$$

**Risposta [punti 4]:**

3. Determinare al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \cos\left(\frac{7}{n}\right)\right) \sqrt{1 + n^{4\alpha}} \log\left(1 + \frac{2}{n^2}\right)$$

**Risposta [punti 4]:**

---

4. Discutere il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2} \left[\frac{n}{2} \left(e^{\frac{1}{n}} - 1\right)\right]^n$$

**Risposta [punti 4]:**

---

5. Determinare per quali valori di  $\beta \in \mathbb{R}$  esiste finito il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} + \log(1+x) - 1}{x(1 - \cos(2x))^{7\beta}}.$$

**Risposta [punti 4]:**

---

6. Calcolare l'integrale

$$\int_2^8 \frac{dx}{2\sqrt{x} + x\sqrt{x}}.$$

**Risposta [3 punti]:**

---

7. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{2 \sin(2x)}{1 + \cos^2 x} y = 0, \\ y(0) = 2^2. \end{cases}$$

**Risposta [3 punti]:**

---