
Cognome Nome

Matricola Firma

Corso di Laurea: \diamond AUTLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), numero di matricola e firmare.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: =120 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt{|x|} e^{1-x/2}$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescenza di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2.5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f discutere la possibile esistenza di punti di flesso.

Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Discutere la continuità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\frac{\sin x}{x} - 1}{\alpha \arctan(x^2)} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

in $x = 0$, al variare di $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Risposta [2 punti]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + x^2 - e^{x \sin x} + \log\left(1 + \frac{4}{3}x^4\right)}{4x^2 (\cos x - 1)}$$

Risposta [2 punti]:

4. Calcolare la primitiva $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di

$$f(x) = \frac{e^x}{(2 + e^x)(1 + 2e^{-x})}$$

tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = \log 2$.

Risposta [2.5 punti]:

5. Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 9y' + 8y = 7e^x$$

Risposta [2 punti]:

6. Determinare \tilde{y} soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} xy' + 3y = \frac{2}{x^2} \\ y(1) = 3 \end{cases}$$

Risposta [punti 2]:

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt{|x|} e^{1-x/2}$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2.5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f discutere la possibile esistenza di punti di flesso.

Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Discutere la continuità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x - 1}{\alpha \arctan(x^2)} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

in $x = 0$, al variare di $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Risposta [2 punti]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + x^2 - e^x \sin x + \log\left(1 + \frac{4}{3}x^4\right)}{4x^2 (\cos x - 1)}$$

Risposta [2 punti]:

4. Calcolare la primitiva $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di

$$f(x) = \frac{e^x}{(2 + e^x)(1 + 2e^{-x})}$$

tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = \log 2$.

Risposta [2.5 punti]:

5. Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 9y' + 8y = 7e^x$$

Risposta [2 punti]:

6. Determinare \tilde{y} soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} xy' + 3y = \frac{2}{x^2} \\ y(1) = 3 \end{cases}$$

Risposta [punti 2]:
