Cognome .... Nome ....

Matricola .... Firma ....

Corso di Laurea: ♢ AUTLT, ♢ MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Sia data la seguente funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \frac{x}{e^4} - 1 + \frac{|x|}{x^2 - e^4}$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 1,5]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1,5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f discutere la possibile esistenza di punti di flesso.
Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.
Risposta [punti 1]:

2. Determinare il luogo dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che $4 + \dfrac{[Im(z)]^2}{e^{\frac{3}{2}\pi i}} - \dfrac{1+3i}{2+i} z\bar{z} + i[Re(iz)]^2$ sia reale non negativo.

Risposta [punti 3]:

---

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\left[(n+8)^n + \left(\frac{1}{3}\right)^n\right](n^{1/n}-1)(n!+1)}{(1+n)^n(n-1)!\log(n+1)} .$$

Risposta [punti 3]:

---

4. Discutere, al variare di $\alpha \geq 0$, il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(\alpha^n + \log n)[1+\cos^2(3n)]}{[7^n+1](n^2-\log n)}$$

Risposta [punti 4]:

---

5. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{14\left(\log[7(1+\frac{x}{7})] - \frac{x}{7} - \log 7\right)}{e^{x^2}(\cosh\sqrt{x} - \cos\sqrt{x})^2} .$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Siano $\alpha \in \mathbb{R}^+$ e $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = (7-x)^{\alpha-1}\arctan\frac{1}{x-7}$ se $x < 7$ e $f(x) = -\frac{\pi}{2}$ se $x \geq 7$. Discutere, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, la continuità di f in $x = 7$, classificando l'eventuale discontinuità.

Risposta [punti 3]:

---

7. Calcolare l'integrale

$$\int_0^4 e^{\sqrt{x}}\,dx$$

Risposta [punti 3]:

---

8. Calcolare la soluzione $\tilde{y}$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = 4xe^x \\ y(0) = -2 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:

---

1. Sia data la seguente funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da:
$$f(x) = \frac{x}{e^4} - 1 + \frac{|x|}{x^2 - e^4}$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 1,5]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1,5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f discutere la possibile esistenza di punti di flesso.
Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.
Risposta [punti 1]:

---

2. Determinare il luogo dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che $4 + \dfrac{[Im(z)]^2}{e^{\frac{3}{2}\pi i}} - \dfrac{1+3i}{2+i} z\bar{z} + i[Re(iz)]^2$ sia reale non negativo.

Risposta [punti 3]:

---

3. Calcolare il limite
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\left[(n+8)^n + \left(\frac{1}{3}\right)^n\right](n^{1/n} - 1)(n! + 1)}{(1+n)^n (n-1)! \log(n+1)} .$$

Risposta [punti 3]:

---

4. Discutere, al variare di $\alpha \geq 0$, il carattere della serie
$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(\alpha^n + \log n)[1 + \cos^2(3n)]}{[7^n + 1](n^2 - \log n)}$$

Risposta [punti 4]:

---

5. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{14\left(\log[7(1+\frac{x}{7})] - \frac{x}{7} - \log 7\right)}{e^{x^2}(\cosh\sqrt{x} - \cos\sqrt{x})^2} .$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Siano $\alpha \in \mathbb{R}^+$ e $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = (7-x)^{\alpha-1} \arctan \frac{1}{x-7}$ se $x < 7$ e $f(x) = -\frac{\pi}{2}$ se $x \geq 7$. Discutere, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, la continuità di f in $x = 7$, classificando l'eventuale discontinuità.

Risposta [punti 3]:

---

7. Calcolare l'integrale
$$\int_0^4 e^{\sqrt{x}}\, dx$$

Risposta [punti 3]:

---

8. Calcolare la soluzione $\tilde{y}$ del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'' + y = 4xe^x \\ y(0) = -2 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:
