Cognome e nome .... Firma ....

Matricola .... Corso di Laurea: ♢ INFLT, ♢ ETELT, ♢ AUTLT, ♢ MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = 2 - \sqrt{1+x^2} - \sqrt{2}\arctan\frac{1}{x}$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie
Risposta [punti 0.5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2.5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 1]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la derivata seconda di f, studiare concavità e convessità e determinare i punti di flesso.
Risposta [punti 2]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.
Risposta [punti 1]:

2. Determinare il luogo geometrico A dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\frac{2(z+\bar{z})(Re(z)+3)-4|z|^2}{e^{i\frac{\pi}{2}}(z+\bar{z})-2i}=0$$

Risposta [punti 3]:

---

3. Discutere, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, se esiste il limite $\lim_{n\to+\infty} \frac{n!(e^{2/n}-1)\sin(\alpha^{7n})}{(n-1)!+2\log n}$

e, in caso affermativo, calcolarlo.

Risposta [punti 3]:

---

4. Discutere, al variare di $\beta \in \mathbb{R}$, il carattere della serie $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\left(1-\cos\frac{1}{n}\right)^{\beta}}{\sqrt{n^6+n}-\sqrt{n^6+1}}$

Risposta [punti 4]:

---

5. Calcolare il limite $\lim_{x\to 0^+} \frac{24\left(\cos(\sin x)-1+\frac{x^2}{2}\right)}{6[\arctan(e^x-1)]^4}$

Risposta [punti 3]:

6.

Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ data da $f(x)=\begin{cases}(x-1)|\log(x-1)| & \text{se } x>1\\ 0 & \text{se } x\le 1\end{cases}$

Dopo aver verificato che la funzione è continua sul suo dominio, determinare il dominio della derivata prima e classificare eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 3]:

---

7. Calcolare l'integrale definito $\int_1^2 \frac{(\log x)^2+x^2+7}{x}\,dx$

Risposta [punti 2]:

---

8. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'=\dfrac{e^{\tan x}}{y\cos^2 x}\\ y(0)=-2\sqrt{2}\end{cases}$$

Risposta [punti 3]:
