

Cognome Nome

Matricola Firma

Corso di Laurea: \diamond AUTLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), numero di matricola e firmare.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: =105 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = 2 - \sqrt{1+x^2} - \sqrt{2} \arctan \frac{1}{x}$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 0,5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2,5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la derivata seconda di f , studiare concavità e convessità e determinare i punti di flesso.

Risposta [punti 2]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)|\log(x-1)| & \text{se } x > 1 \\ 0 & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$

Dopo aver verificato che la funzione è continua sul suo dominio, determinare il dominio della derivata prima e classificare eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{24 \left(\cos(\sin x) - 1 + \frac{x^2}{2} \right)}{6[\arctan(e^x - 1)]^4}$$

Risposta [2 punti]:

4. Calcolare l'integrale

$$\int_1^2 \frac{(\log x)^2 + x^2 + 7}{x} dx .$$

Risposta [punti 2]:

5. Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'' + 2y = 7 \cos x$$

Risposta [1,5 punti]:

6. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{e^{\tan x}}{y \cos^2 x} \\ y(0) = -\sqrt{4} \end{cases}$$

Risposta [punti 2]:

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = 2 - \sqrt{1+x^2} - \sqrt{2} \arctan \frac{1}{x}$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 0,5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2,5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la derivata seconda di f , studiare concavità e convessità e determinare i punti di flesso.

Risposta [punti 2]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)|\log(x-1)| & \text{se } x > 1 \\ 0 & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$

Dopo aver verificato che la funzione è continua sul suo dominio, determinare il dominio della derivata prima e classificare eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{24 \left(\cos(\sin x) - 1 + \frac{x^2}{2} \right)}{6[\arctan(e^x - 1)]^4}$$

Risposta [2 punti]:

4. Calcolare l'integrale

$$\int_1^2 \frac{(\log x)^2 + x^2 + 7}{x} dx .$$

Risposta [punti 2]:

5. Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'' + 2y = 7 \cos x$$

Risposta [1,5 punti]:

6. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{e^{\tan x}}{y \cos^2 x} \\ y(0) = -\sqrt{4} \end{cases}$$

Risposta [punti 2]:
