

Cognome Nome

Matricola Firma

Corso di Laurea: \diamond AUTLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. **COMPILARE** la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), numero di matricola e firmare.**
 2. **SCRIVERE**, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I **PUNTEGGI** attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. **PROIBITO** usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. **CONSEGNARE questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. **TENERE** il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. **TEMPO** a disposizione: =105 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \begin{cases} \arctan(\log|x| - 2x) & \text{se } x \neq 0, \\ -\frac{\pi}{2} & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Discutere la continuità di f in $x = 0$.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2.5]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1.5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f , discutere la possibile esistenza di punti di flesso.

Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Discutere la continuità di $f(x) = \begin{cases} \frac{(e^{x-7} - 1)}{(x-7)^{\alpha-1}} & \text{se } x > 7 \\ 1 & \text{se } x = 7 \\ (7-x) \sin\left(\frac{1}{7-x}\right) & \text{se } x < 7 \end{cases}$

nel punto $x = 7$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Risposta [punti 2,5]:

3. Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - \arctan(x)}{(e^{x/4} - 1 + \sinh(x^{10})) \left(\frac{1}{x} \log(1+x^3) + \cos(x) - 1\right)}$

Risposta [punti 2,5]:

4. Calcolare l'integrale $\int_0^{\sqrt[3]{5}} x^{1/2} \arctan x^{3/2} dx$.

Risposta [punti 2,5]:

5. Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'' - y' - 2y = 7xe^x$$

Risposta [punti 1,5]:

6. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 7e^{7x} \cos^2 y \\ y(0) = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Risposta [punti 1]:

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \begin{cases} \arctan(\log|x| - 2x) & \text{se } x \neq 0, \\ -\frac{\pi}{2} & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Discutere la continuità di f in $x = 0$.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2,5]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1,5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f , discutere la possibile esistenza di punti di flesso.

Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Discutere la continuità di $f(x) = \begin{cases} \frac{(e^{x-7} - 1)}{(x-7)^{\alpha-1}} & \text{se } x > 7 \\ 1 & \text{se } x = 7 \\ (7-x) \sin\left(\frac{1}{7-x}\right) & \text{se } x < 7 \end{cases}$

nel punto $x = 7$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Risposta [punti 2,5]:

3. Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - \arctan(x)}{\left(e^{x/4} - 1 + \sinh(x^{10})\right) \left(\frac{1}{x} \log(1+x^3) + \cos(x) - 1\right)}$

Risposta [punti 2,5]:

4. Calcolare l'integrale $\int_0^{\sqrt[3]{5}} x^{1/2} \arctan x^{3/2} dx$.

Risposta [punti 2,5]:

5. Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'' - y' - 2y = 7xe^x$$

Risposta [punti 1,5]:

6. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 7e^{7x} \cos^2 y \\ y(0) = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Risposta [punti 1]: