

---

Cognome e nome ..... Firma..... Matricola.....

Corso di Laurea:  $\diamond$  INFLT,  $\diamond$  ETELT,  $\diamond$  AUTLT,  $\diamond$  MECLT,  $\diamond$  MATLT,  $\diamond$  MECMLT

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
  2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
  3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
  5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{x}{2} + \arctan \frac{1}{x+2}.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1.5]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2.5]:**

Calcolare la derivata seconda di  $f$  e studiare concavità convessità.

**Risposta [punti 2]:**

---

2. Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\operatorname{Im}\left(\frac{7}{z}\right) - \frac{7}{\operatorname{Re}(iz)} = \frac{3}{|z|^2}.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^{2n} \left(1 + \frac{7}{n}\right)^n \sin(n^{-n}) \frac{1}{\sqrt{n^3 + n^{2n}} - \sqrt{n^3}}$$

**Risposta [punti 4]:**

---

4. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log\left(\frac{\sin x}{x}\right)^3}{\cos^2 x - 1 + 2x^2}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

5. Calcolare l'integrale

$$\int_{-2}^2 (x^7 \cos x + |x|e^x) dx.$$

**Risposta [4 punti]:**

---

6. Determinare per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}^+$  l'integrale improprio converge

$$\int_0^{1/2} \frac{\log(1 + \sqrt[3]{x})}{(e^{x^\alpha} - 1) \log x^3} dx.$$

**Risposta [punti 3.5]:**

---

7. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 8y' + 7y = x, \\ y(0) = \frac{8}{49} \\ y'(0) = \frac{1}{7}. \end{cases}$$

**Risposta [3.5 punti]:**

---