
Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond AUTLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \exp\left(|\log x| - \frac{1}{3x}\right).$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie

Risposta [punti 0.5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Senza calcolare la derivata seconda di f discutere la possibile esistenza di punti di flesso.

Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Determinare il luogo geometrico A dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\left|e^{z|z|-2z+i}\right| = 1.$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n + \cos(n!) + \left(1 + \frac{3}{n}\right)^{n^2}}{e^{3n} + n^{5\sqrt{7}} + \sin(n^n)}$$

Risposta [punti 3.5]:

4. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : [1, 2e] \rightarrow \mathbb{R}$, definita da

$$f(x) = \begin{cases} 4 \int_1^x \frac{\log t}{t} dt & \text{se } 1 \leq x \leq e, \\ 2 + (\alpha - 1)(x - e)^{\log(x-e)} & \text{se } e < x \leq 2e. \end{cases}$$

Discutere la continuità di f in $x = e$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{x^2} + \log\left(\left(\frac{x^3}{x^3+1}\right)^3\right) + \cosh\left(\frac{1}{x}\right) - 1}{\sin\left(\frac{1+x}{x^2}\right) - \frac{1}{x}}$$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare l'integrale definito

$$\int_1^2 \frac{x-7}{x(x^2+1)} dx.$$

Risposta [punti 3]:

7. Discutere per quali valori di $\alpha \geq 0$ l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{1 + \alpha^x}{\sinh(x) + 7x^2} dx$$

converge.

Risposta [punti 3]:

8. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = 14 \sin x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:
